https://doi.org/10.37815/rte.v37n2.1321
Artículos originales

Maximización de la producción agrícola y del beneficio económico: Aplicación simplificada del modelo cuadrático

Maximizing agricultural production and economic profit: Simplified application of the quadratic model

Luis Alberto Duicela Guambi[1] https://orcid.org/0000-0002-9326-8545, Ángel Monserrate Guzmán Cedeño[1, 2] https://orcid.org/0000-0001-7057-8068, Osvaldo Fosado Téllez[3] https://orcid.org/0000-0002-2245-2943

[1]*Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí Manuel Félix López*, Calceta, Ecuador
luis.duicela@espam.edu.ec, aguzman@espam.edu.ec

[2]*Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí*, Manta, Ecuador
angel.guzman@uleam.edu.ec

[3]*Universidad Técnica de Manabí*, Portoviejo, Ecuador
osvaldo.fosado@utm.edu.ec

Enviado: 2025/05/24
Aceptado: 2025/07/15
Publicado: 2025/12/15

Resumen

La maximización de la producción y del beneficio económico, así como la minimización de costos, busca satisfacer la demanda alimentaria, impulsar la seguridad alimentaria y mejorar la rentabilidad de los agricultores. Este trabajo tiene como objetivo validar la aplicación de tres modelos cuadráticos simplificados para la optimización de los rendimientos agrícolas en función de los insumos. En investigaciones cuantitativas, donde la variable de respuesta es del tipo "mayor es mejor", se verifica la ley de rendimientos decrecientes, donde los modelos cuadráticos simplificados resultan prácticos para calcular máximos técnicos y el punto óptimo económico. En variables del tipo "menor es mejor" como los costos, el modelo cuadrático simplificado posibilita la minimización de los costos con alta confiabilidad. Los modelos simplificados, aplicados para maximizar la producción y beneficios económicos, así como para minimizar costos se han probado como válidos y son de ágil aplicabilidad en la experimentación agrícola.

Sumario: Introducción, Metodología, Resultados y Discusión, Conclusiones.

Como citar: Duicela, L., Guzmán, A. & Fosado, O. (2025). Maximización de la producción agrícola y del beneficio económico: Aplicación simplificada del modelo cuadrático. *Revista Tecnológica - Espol, 37(2), 113-131.* https://rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/1321

Palabras clave: Análisis microeconómico, eficiencia productiva, máximo técnico, óptimo económico.

Abstract

Maximizing production and economic profit, as well as minimizing costs, aims to meet food demand, boost food security, and improve farmers' profitability. This study aims to validate the application of three simplified quadratic models for optimizing agricultural yields based on inputs. In quantitative research where the response variable is "higher is better," the law of diminishing returns is verified, and simplified quadratic models prove practical for calculating technical maximums and the economic optimum. For "lower is better" variables such as costs, the simplified quadratic model enables cost minimization with high reliability. Simplified models, applied to maximize production and economic profit, as well as to minimize costs, have proven valid and easily applicable in agricultural experimentation.

Keywords: Microeconomic analysis, productive efficiency, technical maximum, economic optimum.

Introducción

La agricultura ha sido un pilar fundamental en el desarrollo de la humanidad, orientada históricamente a satisfacer la creciente demanda de alimentos, fibras y forrajes mediante el incremento de la productividad (FAO, 2011). En la actualidad, este objetivo persiste, impulsado por la incorporación de variedades mejoradas, tecnologías y el uso eficiente de insumos agrícolas como fertilizantes, pesticidas, semillas y maquinaria (AGROCALIDAD, 2023).

El uso eficiente de estos insumos no solo busca aumentar los rendimientos y reducir las pérdidas por plagas o enfermedades, sino también garantizar la calidad del producto final, minimizando los impactos ambientales (TOTVS, 2024). Para ello, la agricultura moderna recurre a herramientas de precisión y modelos analíticos que permitan tomar decisiones óptimas en contextos de recursos limitados para optimizar los procesos de producción agropecuaria, haciendo que la agricultura sea más eficiente y rentable (Best et al., 2014).

Sin embargo, un problema frecuente en la investigación agropecuaria es que muchos ensayos experimentales se limitan a describir los efectos de diferentes dosis de insumos sobre la producción, sin proporcionar recomendaciones técnicas y económicas concretas (Gómez & Gómez, 1984; Pagani et al., 2008). Esto se debe, en parte, al uso limitado de modelos matemáticos que relacionen insumo y producto, lo que impide identificar niveles óptimos de aplicación para maximizar la producción o rentabilidad. Arias et al. (2021), enfatiza en que la investigación de operaciones y el diseño de modelos de optimización son fundamentales en el desarrollo de soluciones prácticas a los problemas de producción; sobre todo, en el sector agrícola que necesita de insumos técnicos para desarrollar estrategias para maximizar los beneficios, que se identifica como optimización.

Desde la microeconomía y la investigación operativa, se han desarrollado herramientas como el análisis de regresión y modelos cuadráticos que permiten estimar el máximo técnico, el mínimo costo y el punto óptimo económico (Castán-Farrero, 1988; Huerta, 2001; CIMMYT, 1988). Estos modelos constituyen una base sólida para la optimización de la producción agrícola en función de uno o más factores.

Para decidir las recomendaciones apropiadas en términos económicos, a partir de experimentos agrícolas, analizando la función producción o función rendimiento (Castán, 1988), hay varias opciones que dependen del tipo de modelo. Matute et al. (2023), Muinelo (2012), Pontón (2010), Huerta (2001), el Centro Internacional de Mejoramiento de Maíz y Trigo (CIMMYT, 1988) y Gómez & Gómez (1984), entre otros, han propuesto alternativas de análisis microeconómico; por lo tanto, este estudio tiene como objetivo general validar la aplicación de tres modelos cuadráticos simplificados para optimizar los rendimientos agrícolas en función del uso de insumos.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Maximizar la producción agrícola determinando la dosis de insumo asociada al *máximo técnico*.
- Minimizar los costos de producción mediante la estimación de la *dosis óptima de menor costo.*
- Maximizar el beneficio económico identificando la dosis de insumo correspondiente al *punto óptimo económico (POE)*.

Metodología

Función producción

La función producción permite comprender cuánto se puede producir con una cantidad determinada de insumos. En los experimentos agrícolas, normalmente se estudian uno o más factores con niveles de tipo cuantitativo (p.e.: dosis de nitrógeno) o cualitativo (alternativas de fertilización orgánica), que constituyen las variables independientes, y se miden sus efectos sobre una variable dependiente como el rendimiento de grano (Corral, 2019).

Al analizar una función producción en agricultura, cuando un producto depende de un insumo, el modelo cuadrático ($Y = a + bX + cX^2$), es el más adecuado (Corchuelo y Quiroga, 2014; Debertin, 2012). La validez del modelo puede verificarse con el Coeficiente de determinación (R^2), que se usa como prueba de bondad de ajuste. El Coeficiente R^2, según Gómez & Gómez (1984), es una medida estadística que indica la proporción de la variación total de la variable dependiente (Y) que es explicada por la variable independiente (X). Las variables independientes (factores en estudio), frecuentemente estudiadas son: dosis de fertilizantes, densidad poblacional, dosis de plaguicidas y láminas de agua, que se configuran como tratamientos. El efecto de los tratamientos se mide a través de variables de respuesta (Corral, 2019), como son el rendimiento de grano.ha^{-1} y la producción de biomasa, frutos/planta o peso de racimo.

Los datos experimentales se pueden analizar usando las técnicas de regresión para elaborar modelos matemáticos bivariados [$Y = f(X)$], describir la relación entre insumo (input) y producto (output), y predecir su comportamiento futuro en condiciones tecnológicas y biofísicas concretas (Sydsaeter y Hammond 1996; Doll & Orazem, 1978).

Con la información de los experimentos de campo o laboratorio, se inicia elaborando un dispersograma[1], para visualizar la tendencia de los datos en el plano cartesiano. En el caso de haber datos atípicos u "Outliers", estos se corrigen o se descartan; luego, se traza la línea de tendencia apropiada y se define el modelo que mejor explique la función producción. Un gráfico Y = f (X), realizado con programas estadísticos, proporciona el modelo matemático y su coeficiente de determinación (R^2). Un valor de R^2 cercano a la unidad es un indicativo de la validez del modelo matemático.

[1] Usando el programa EXCEL, se agrega la línea de tendencia, direccionándola hacia el tipo polinómico de grado 2 con la respectiva ecuación y coeficiente de determinación (R^2).

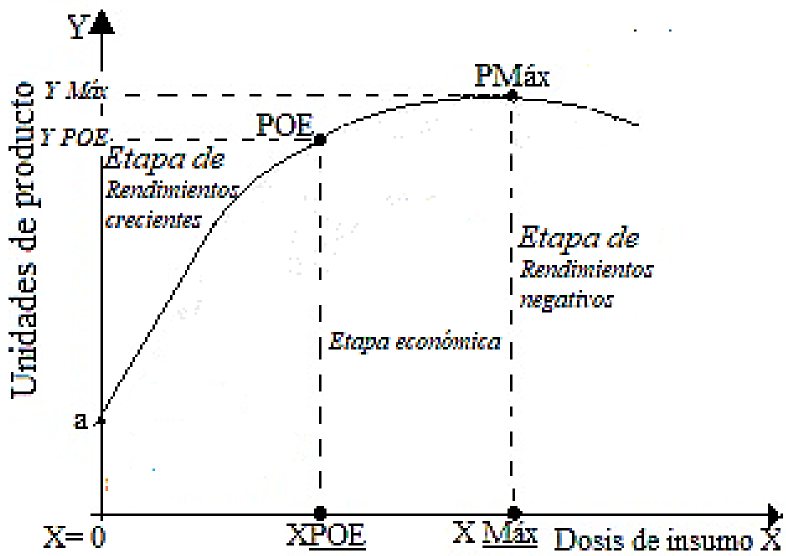
La función producción, como modelo cuadrático, se representa en el gráfico 1. Según Debertin (2012) y Salvatore (2009), la función producción de tipo cuadrática presenta tres etapas. En la etapa I, los niveles de uso del insumo responden a tasas más que proporcionales y se conoce como la "etapa de rendimientos crecientes". La etapa II indica los niveles de insumo donde la producción aumenta a tasas decrecientes, por eso se conoce como la "etapa de rendimientos decrecientes" o "etapa económica" y en esta se encuentran los niveles de insumo que permiten maximizar ganancias (POE) o maximizar la producción ($P_{Máx}$). La etapa III corresponde al uso de los niveles de uso del insumo, donde la producción disminuye y es conocida como la etapa de "etapa de rendimientos negativos" (Salvatore, 2009).

La producción total a la cantidad de producto se obtiene con cada nivel de insumo. La producción total (Y) es la cantidad total de unidades físicas (t, kg, g) que varía en función de los cambios en la cantidad de insumo aplicado (X), (Gómez & Gómez, 1984). La producción promedio con insumo variable, por lo general, primero crece, llega al máximo y después decrece (Salvatore, 2009).

El modelo cuadrático explica el fenómeno de causalidad (Walpole et al., 2012; Gómez & Gómez, 1984). La función de producción: $Y = a + bX - cX^2$ se relaciona con la ley de los rendimientos decrecientes (Ley de Mitscherlich), donde se indica que a cada incremento de la dosis del factor limitante que se encuentra en menor cantidad corresponde un incremento en la producción, que tienden a ser cada vez más reducidos, hasta llegar a un incremento nulo (Castán, 1988).

Figura 1

Función producción de tipo cuadrática



Para la maximización de la producción (máximo técnico) y de los beneficios netos (óptimo técnico) se usa el cálculo diferencial (Corchuelo y Quiroga, 2014; Sydsaeter y Hammond, 1996; Doll & Orazem, 1978). La función producción: Y = f(X), al ponerla en valor ($) se convierte en una función económica: $Y = *f*($X), como se expone en el gráfico 2.

En general, se piensa en términos marginales, ya sea como Producto marginal o como Costo marginal. El Producto marginal se refiere al incremento de la producción por cada unidad adicional del insumo usada en el proceso productivo; mientras que el Costo marginal es el incremento en los costos totales debido al aumento de una unidad de producto (Mankiw, 2012).

El Costo marginal (C_{Mg}) se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$C_{Mg} = \frac{\Delta CT}{\Delta X} \rightarrow C_{Mg} = \frac{CT_2 - CT_1}{X_2 - X_1}$$

Dónde:

C_{Mg} =Costo marginal
CT = Costo total (costos fijos + costos variables)
ΔCT = Incremento del costo total
ΔX = Incremento en la cantidad de insumo

El costo total es el valor de mercado de todos los insumos usados en la producción (Mankiw, 2012) que resulta de la sumatoria de los costos fijos y los costos variables. El presente análisis trata sobre el análisis marginal, por lo que se identifica como "Costo total que varía" ($CT_1 \rightarrow CT_2$), refiriéndose al incremento del costo por el incremento de la cantidad de insumos ($X_1 \rightarrow X_2$), usada en el proceso productivo.

Máximo Técnico

El máximo técnico es concebido como el nivel de producción máximo que se puede obtener al ir aumentando las cantidades (niveles) del factor en estudio, después de lo cual la producción puede permanecer constante o disminuir.

A partir del modelo cuadrático de la función producción se aplica la teoría del cálculo diferencial, que se inicia con el cálculo de la primera derivada de la función producción. Esta primera derivada se iguala a cero y se obtiene el valor X_{Max} que es la cantidad de insumo asociada al máximo técnico.

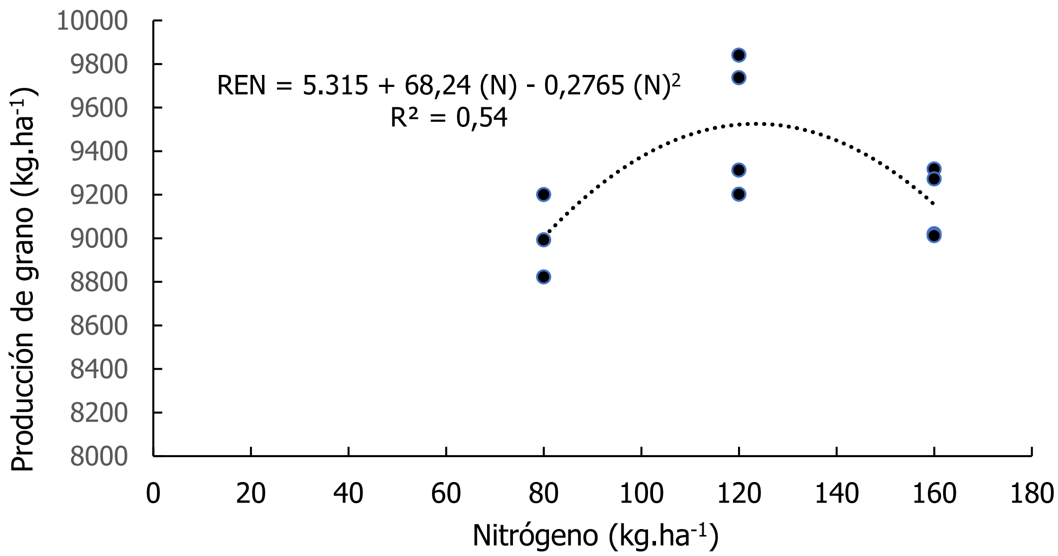
Modelo cuadrático

$Y = a + bX - cX^2$.

Nota: *Tomar en cuenta que el coeficiente cuadrático tiene signo negativo (- c).*

Figura 2

Producción de maíz ADVANTA 9313 en función de las dosis de nitrógeno



Cálculo de la primera derivada

$$\frac{dY}{dX} = \frac{d(a)}{dX} + \frac{d(bX)}{dX} - \frac{d(cX^2)}{dX}$$

$\frac{\mathrm{d(a)}}{\mathrm{dX}}$ → Derivada de una constante.- Es igual a cero

$\frac{\mathrm{d(bX)}}{\mathrm{dX}}$ → Derivada de una constante por una función.- Es igual a la constante por la derivada de la función: $b\,(\frac{dX}{dX})$. En este caso, la derivada de $\frac{dX}{dX} = 1$

Por lo tanto: $\frac{\mathrm{d(bX)}}{\mathrm{dX}} = b\ (1) = b$

$\frac{d(cX^2)}{dX}$ → Derivada de una potencia.- Es igual al exponente multiplicado por la base elevada al exponente menos 1. En este caso: $\frac{d(cX^2)}{dX} = 2\ (cX^{2-1})$→ 2(cX)

Por lo tanto, la primera derivada es:

$\frac{dY}{dX} = \mathrm{Y}' = 0 + \mathrm{b} - 2(\mathrm{cX})$

Y′= b – 2(cX)

Para calcular el máximo técnico, la primera derivada se iguala a cero

b – 2(cX) = 0

En este momento del análisis, X representa la cantidad de insumo ($X_{Máx}$) requerida para obtener la producción máxima o máximo técnico ($Y_{Máx}$).

Resolviendo la operación: b – 2(cX) → b = 2cX.

De este modo se obtiene el modelo simplificado para maximizar la producción.

Modelo para maximizar la producción

$$X_{Máx} = \frac{b}{2|c|} \qquad [1]$$

Dónde:

$X_{Máx}$ = dosis de insumo asociada al máximo técnico (máxima producción esperada).

b = Coeficiente del componente lineal
c = Coeficiente del componente cuadrático. En este caso tiene signo negativo, por lo que en la fórmula simplificada se usa como valor absoluto.

Minimización de los Costos

La minimización de costos es una estrategia empresarial que busca reducir los gastos y aumentar las ganancias. Se trata de hacer más con menos, o producir lo mismo con menores costos. El modelo cuadrático de la función costo tiene la curva hacia abajo (gráfico 3):

Modelo cuadrático

$Y = a - bX + cX^2$

Dónde:

Y = Variable dependiente. En este caso el costo total del proceso productivo
X = Variable independiente
a = Intercepto
b = Coeficiente lineal. En este caso tiene signo negativo.
c = Coeficiente cuadrático
Nota: *Tomar en cuenta que el coeficiente lineal (b) tiene signo negativo*.

El procedimiento para obtener el modelo simplificado para minimizar los costos es igual al anterior, con la particularidad de que el coeficiente b tiene signo negativo. En la fórmula se coloca como valor absoluto $|b|$. Para diferenciar la variable independiente asociada al costo mínimo, se indica como: X_{min}.

Modelo para minimizar el costo

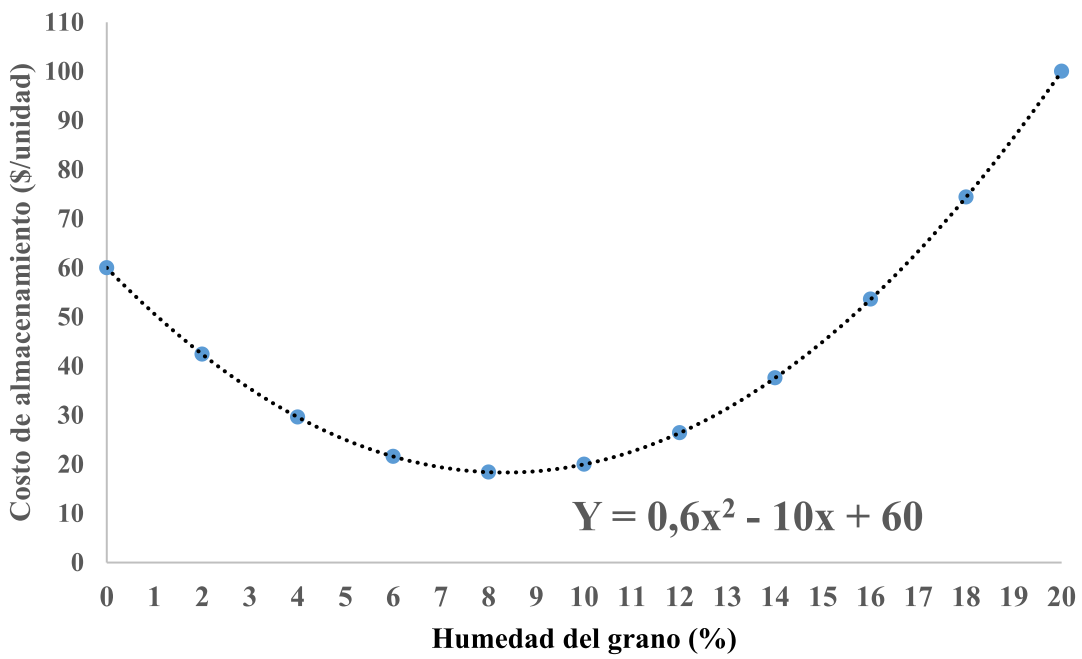
$$X_{min} = \frac{|b|}{2c} \qquad [2]$$

Dónde:

X_{min} = dosis de insumo asociada al mínimo costo
b = Coeficiente lineal. Como tiene signo negativo, se usa el valor absoluto
c = Coeficiente del componente cuadrático

Figura 3

Relación entre humedad del grano y costos de almacenamiento



Optimización del Rendimiento

La optimización del rendimiento es equivalente a la maximización del beneficio neto. Para este análisis se requiere de la información económica, expresada en el índice económico, calculado como la relación entre costo unitario del insumo (C_x) y precio unitario de venta del producto (P_y) (Doll & Orazem, 1978). Luego de calcular la primera derivada de la función producción, se iguala al índice económico (C_x/P_y) y de este modo se determina la cantidad de insumo X_{POE} requerida para lograr el máximo beneficio neto Y_{POE} (gráfico 4).

El valor del intercepto (a) es la cantidad de producto obtenido (Y) cuando X = 0; por ejemplo: en un ensayo de fertilización, en el testigo absoluto (sin fertilización), se logrará un nivel de producción, porque hay remanente del nutrimentos en el suelo.

Modelo cuadrático

$$Y = a + bX - cX^2$$

La primera derivada, calculada con el procedimiento indicado para la maximización de la producción, es la siguiente:

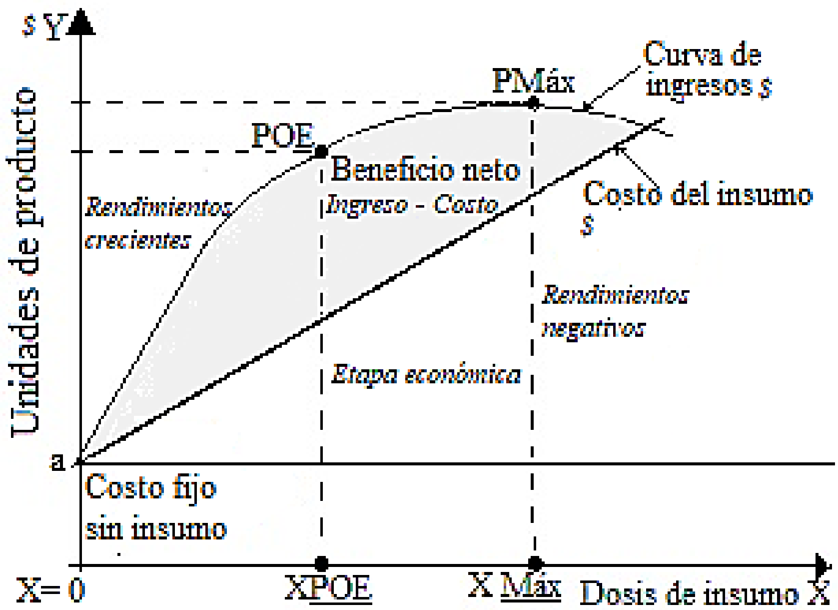
$$\frac{dY}{dX} = Y' = 0 + b - 2(cX)$$

Para la optimización del rendimiento (maximizar los beneficios económicos), la primera derivada se iguala al índice económico, que es la relación entre el costo unitario del insumo y el precio unitario de venta del producto: $\frac{C_X}{P_Y}$

Por lo tanto: $b - 2(cX) = \frac{C_x}{P_y}$

Figura 4

Función económica agrícola ajustada al modelo cuadrático



En este momento del análisis, X representa la cantidad de insumo (X_{POE}) requerida para lograr el punto óptimo económico (Y_{POE}). De este modo, se obtiene el modelo simplificado para maximizar los beneficios netos que equivale a optimizar el rendimiento.

Modelo para optimizar el rendimiento

$$X_{POE} = \frac{b - \frac{C_X}{P_Y}}{2|c|} \quad [3]$$

Dónde:

X_{POE} = dosis de insumo asociada al punto óptimo económico.
b = Coeficiente del componente lineal
c = Coeficiente del componente cuadrático. En este caso con signo negativo, por lo que en la fórmula se usa como valor absoluto $|c|$.

$\frac{C_x}{P_y}$ = Índice económico

Aplicación de los Modelos

Se desarrollan 10 ejercicios de aplicación de los modelos cuadráticos para la maximización de la producción, minimización de los costos u optimización del rendimiento. Los datos usados en la aplicación de los modelos corresponden a estudios realizados por Gavilánez y Gómez (2022) en rendimiento de maíz en función de fertilizantes nitrogenados (N), fosfatados (P_2O_5) y potásicos (K_2O); Intriago y Quiroz (2018), en biomasa del pasto maralfalfa en función de la fertilización con nitrógeno (N) y azufre (S); Gómez y Gómez (1984), en rendimiento de arroz en función de fertilizante nitrogenado; Vishnu (2024), en rendimiento de cultivos en función de densidades poblacionales; Smith et al. (2018), en almacenamiento de grano en función de la humedad; y Castañeda (2018), en minimización de los costos para la fabricación de productos.

La decisión de maximizar o minimizar depende del tipo de variable de respuesta, que puede ser: Mayor es mejor (p.e.: Mayor rendimiento), menor es mejor (p.e.: Incidencia de plagas en cultivos) o nominal es mejor (p.e.: amarillo es mejor) (Cruz et al., 2012). En el presente trabajo se analizan las variables "mayor es mejor" y "menor es mejor".

Resultados y Discusión

Maximización de la producción:

Ejercicio 1: Determinación de la dosis de nitrógeno para una máxima producción del maíz híbrido Advanta 9313 (Gavilánez y Gómez, 2022)

En un experimento factorial incompleto de 15 tratamientos en tres repeticiones con arreglo a un diseño central compuesto (DCC), Gavilánez y Gómez (2022), se probaron dosis de N, P y K sobre el rendimiento del maíz híbrido ADVANTA 9313.

Objetivo: Determinar la dosis de nitrógeno que permita lograr el máximo rendimiento.

Modelo cuadrático

REN = 5.315 + 68,24 (N) - 0,2765 $(N)^2$

Elementos y Coeficientes del modelo

REN = Rendimiento en kg de grano.ha^{-1}.

X = N. Dosis del insumo (Ingrediente activo N): X = 80, ……. 160 kg nitrógeno.ha^{-1}
a = Intercepto = 5315 kg de grano.ha^{-1}
b = Coeficiente lineal = 68,24
c = Coeficiente cuadrático = - 0,2765

Cálculo de $X_{Máx}$.

$$X_{Max} = \frac{b}{2|c|} \rightarrow X_{Max} = \frac{68{,}24}{2|0{,}2765|} \rightarrow X_{Max} = \frac{68{,}24}{0{,}553}$$

$X_{Max} = 123{,}4$ ~ 123 kg de N.ha^{-1}

Cálculo del máximo técnico ($Y_{Máx}$)

Modelo: REN = 5.315 + 68,24 (N) - 0,2765 $(N)^2$
REN_{Max} = 5.315 + 68,24 (123) - 0,2765$(123)^2$
REN_{Max} = 5.315 + 8.394 – 4.183 = 9.526 kg de grano.ha^{-1}

Decisión

Aplicando 123 kg de N.ha^{-1}, se obtiene 9.526 kg de grano.ha^{-1} que es la máxima producción esperada con la fertilización nitrogenada.

Usando el programa MINITAB, Gavilánez y Gómez (2022), llegaron a la conclusión que los mayores rendimientos de maíz ADVANTA 9313, se obtienen con la aplicación de 110 a 140 kg.ha^{-1}, que es un rango muy amplio. Con el modelo cuadrático simplificado se determinó que aplicando 123 kg N.ha^{-1} se puede obtener 9.526 kg de grano.ha^{-1}, el máximo técnico.

Ejercicio 2: Determinación de la dosis de fósforo para una máxima producción del maíz híbrido ADVANTA 9313 (Gavilánez y Gómez, 2022).

Objetivo: Determinar la dosis de fósforo que permita lograr el máximo rendimiento.

Modelo cuadrático

REN = 5.459 + 135,22 (P) – 1,1046$(P)^2$

Elementos y Coeficientes del modelo

REN = Rendimiento de maíz (kg.ha^{-1})
X = P. Dosis del insumo (Ingrediente activo P_2O_5): X = 40, ……= 80 kg.ha^{-1}
a = Intercepto = 5459 kg de grano.ha^{-1e}
b = Coeficiente lineal = 135,22
c = Coeficiente cuadrático = - 1,1046

Cálculo de $X_{Máx}$.

$$X_{Max} = \frac{b}{2|c|} \rightarrow X_{Max} = \frac{135{,}22}{2|1{,}1046|} \rightarrow X_{Max} = \frac{135{,}22}{2{,}2092}$$

$X_{Max} = 61{,}21$ ~ 61 kg de P_2O_5 ha^{-1}

Cálculo del máximo técnico ($Y_{Máx}$)

Modelo: REN = 5.459 + 135,22 (P) – 1,1046$(P)^2$
REN = 5.459 + 135,22 (61) – 1,1046$(61)^2$
REN = 5.459 + 8.248 – 4.110 = 9.597 kg de grano.ha^{-1}

Decisión

Aplicando 61 kg de $P_2O_5.ha^{-1}$ se logra una producción máxima de 9.597 kg de grano.ha^{-1}.

Usando el programa MINITAB, Gavilánez y Gómez (2022), determinaron que las dosis apropiadas de fósforo varían de 50 a 70 kg.ha^{-1}. Aplicando el modelo simplificado se determinó que el máximo técnico se logra con 61 kg de P_2O_5 ha^{-1}. En un experimento similar, en Colombia, Bernal et al. (2014), usando el programa SAS para el análisis de las curvas de respuesta, determinaron 90 kg de P_2O_5 ha^{-1} como mejor dosis.

Ejercicio 3: Determinación de la dosis de potasio para una máxima producción del maíz híbrido ADVANTA 9313 (Gavilánez y Gómez, 2022).

Objetivo: Determinar la dosis de potasio que permita lograr el máximo rendimiento.

Modelo cuadrático

$$REN = 5.384 + 71,81\ (K) - 0,3029(K)^2$$

Elementos y coeficientes del modelo

REN = Rendimiento de grano (kg. ha^{-1})
K = X = Dosis del insumo (Ingrediente activo K_2O): X = 80, ……. 160 kg.ha^{-1}
a = Intercepto = 5384 kg.ha^{-1}, cuando X = 0
b = Coeficiente lineal = 71,81
c = Coeficiente cuadrático = - 0,3029 (con signo negativo)

Cálculo de X_{Max}:

$$X_{Max} = \frac{b}{2|c|} \rightarrow X_{Max} = \frac{71,81}{2|0,3029|} = \frac{71,81}{0,6058} = 118,54 \sim 119 \text{ kg de } K_2O.ha^{-1}$$

Cálculo del máximo técnico

Modelo: $REN = 5.384 + 71,81\ (K) - 0,3029(K)^2$

$REN = 5.384 + 71,81\ (119) - 0,3029(119)^2$

$REN = 5.384 + 8.545 - 0,3029\ (14.161) \rightarrow REN = 5.384 + 8.545 - 4.289$

REN = 9.640 kg de grano.ha^{-1}

Decisión

Aplicando 119 kg de $K_2O.ha^{-1}$, se obtiene 9.640 kg de grano.ha^{-1} que es la máxima producción esperada con la fertilización potásica.

Usando el programa MINITAB, Gavilánez y Gómez (2022), determinaron que las mejores dosis varían de 100 a 140 kg.ha^{-1} de K_2O. Usando el programa SAS, Bernal et al. (2014) determinó que 90 kg de K_2O ha^{-1} es la mejor dosis de fertilizante potásico. Aplicando el modelo simplificado se calculó en 119 kg.ha^{-1} como la dosis que posibilita alcanzar el máximo técnico en maíz.

Ejercicio 4: Respuesta del pasto maralfalfa (*Pennisetum* sp.) a dosis crecientes de N y S bajo condiciones del valle del río Carrizal (Intriago y Quiróz, 2018).

Objetivo: Determinar la dosis de azufre aplicado al suelo que permita la obtención de la máxima producción de biomasa fresca.

La biomasa fresca (BIOM) se midió en kg.$parcela^{-1}$ de 9 m^2 en un experimento con distintas dosis de azufre (Intriago y Quiróz, 2018).

Modelo cuadrático

BIOM= 13,69 + 0,029 S - 0,0001 S^2

R^2 = 0,987

Elementos y coeficientes del modelo

BIOM = Biomasa fresca (kg.parcela^{-1})

S = Dosis de azufre aplicado al suelo

a = Intercepto = 13,7 kg.parcela^{-1}

b = Coeficiente lineal = 0,029

c = Coeficiente cuadrático = -0,0001

Cálculo de $X_{Máx}$:

$$X_{Max} = \frac{b}{2|c|}$$

$$X_{Max} = \frac{0{,}029}{2|0{,}0001|} \rightarrow \frac{0{,}029}{|0{,}0002|} = 145 \text{ kg de S.ha}^{-1}.$$

Cálculo de BIOM $_{Máx}$

Modelo: BIOM= 13,69 + 0,029 S - 0,0001 S^2

BIOM $_{Máx}$ = 13,69 + 0,029 (145) - 0,0001 $(145)^2$

BIOM $_{Máx}$ = 15,80 kg.parcela^{-1}

Decisión

Usando 145 kg de S.ha^{-1} se puede producir 15,80 kg.parcela^{-1} de biomasa fresca del pasto maralfalfa que equivale a 17,56 t.ha^{-1}.

Ejercicio 5: Rendimiento de grano de arroz probado con cinco dosis de nitrógeno en la estación húmeda (Gómez & Gómez, 1984).

Objetivo: Determinar la cantidad de insumo que posibilite la producción máxima.

Modelo cuadrático

Y = 4,675 + 0,0477 N – 0,000366 N^2.

R^2 = 0,97

Elementos y Coeficientes del modelo

Y = Rendimiento de arroz en t.ha^{-1}

X = N. Dosis de fertilizante nitrogenado (kg de N.ha^{-1})

a = Intercepto = 4,675 (intercepto)

b = Coeficiente lineal = 0,0477

c = Coeficiente cuadrático = - 0,000366

Cálculo de $X_{Máx}$

$$X_{Max} = \frac{b}{2|c|}$$

$$X_{Max} = \frac{0{,}0477}{2|0{,}000366|} \rightarrow \frac{0{,}0477}{|0{,}000732|} = 65{,}2 \text{ kg de N.ha}^{-1}.$$

Cálculo del rendimiento máximo

Modelo: Y = 4,675 + 0,0477 N – 0,000366 N^2.

$Y_{Máx}$ = 4,675 + 0,0477 (65,2) – 0,000366$(65{,}2)^2$.

$Y_{Máx} = 4{,}675 + 3{,}11 – 0{,}000366(4.251)$
$Y_{Máx} = 4{,}675 + 3{,}11 – 1{,}556 = 6{,}23$ t.ha^{-1}

Decisión

La dosis de insumo 65,2 Kg de N.ha^{-1} posibilita la obtención del máximo rendimiento de arroz, que se estimó en 6,23 t.ha^{-1}.

En un ensayo de arroz, en época lluviosa, Gómez & Gómez (1984), desarrollaron un modelo cuadrático y un procedimiento similar al de modelos simplificados. Utilizando el modelo cuadrático desarrollado por los referidos autores y aplicando el método de análisis propuesto se obtuvo el mismo resultado de dosis de insumo para lograr el máximo técnico.

Ejercicio 6: Optimización de la producción agrícola en función de la densidad (Vishnu, 2024).

Objetivo: Determinar la producción máxima esperada de un cultivo en función de la densidad.

Modelo cuadrático

$Y= − 1{,}76X^2 + 73{,}33X − 28{,}57$
$REN = -28{,}57 + 73{,}33\ X – 1{,}76\ X^2$ (Modelo adaptado)

Elementos y Coeficientes del modelo

REN = rendimiento en kg.ha^{-1}
X = Densidad en plantas/m^2
a = Intercepto = - 28,57 kg.ha^{-1} (En este caso, el intercepto no tiene valor biológico)
b = Coeficiente lineal = 73,33
c = Coeficiente cuadrático = - 1,76

Cálculo de $X_{Máx}$:

$$X_{Máx} = \frac{b}{2|c|} \rightarrow X_{Máx} = \frac{73{,}33}{2(1{,}76)} = \frac{73{,}33}{3{,}52}$$

$$X_{Máx} = 20{,}83 \sim 21 \text{ plantas/m}^2$$

Cálculo del máximo técnico $Y_{Máx}$

Modelo: $REN = -28{,}57 + 73{,}33\ X – 1{,}76\ X^2$
$REN = -28{,}57 + 73{,}33\ (21) – 1{,}76\ (21)^2$
$REN = -28{,}57 + 1.540 – 1{,}76\ (441) \rightarrow REN = -28{,}57 + 1.540 – 776$
REN = 735 kg.ha^{-1}

Decisión

Usando una densidad de 21 plantas/m^2 se logra obtener el máximo técnico del rendimiento, que se calculó en 735 kg.ha^{-1}.

Nota: El modelo cuadrático que expone Vishnu (2024) fue: $Y= − 1{,}76X^2 + 73{,}33X − 28{,}57$. En experimentos de densidad poblacional, cuando X = 0 plantas, la producción tiene que ser: Y = 0. Por lo tanto, el modelo corregido resultó: $Y = 70{,}019X – 1{,}68\ X^2$.

Minimización de los costos:

Ejercicio 7: Minimización de los costos de almacenamiento en función de la humedad del grano (Smith et al., 2018).

Objetivo: Minimizar los costos de almacenamiento de granos

Modelo cuadrático

C = 60 - 10X + 0,6x^2

Elementos y coeficientes del modelo

C = Costo de almacenamiento en bodega (logística y pérdidas)
X = Humedad del grano (%) al momento de almacenar
a = Intercepto = $60 por unidad de almacenamiento cuando X = 0
b = Coeficiente lineal = 10
c = Coeficiente cuadrático = 0,6

Cálculo de X_{min}

$X_{min} = \frac{|b|}{2c}$ → $X_{min} = \frac{10}{2\ (0,6)}$ → 8,3% de humedad del grano

Cálculo del costo mínimo

Modelo: C = 60 - 10X + 0,6x^2
C = 60 – 10(8,3) + 0,6(8,3)^2 → C = 60 - 83 + 0,6(68,89)
C = 60 - 83 + 41,33 = $ 18,33 por unidad de almacenamiento

Decisión

Se debe almacenar el grano a una humedad del 8,3% para tener un costo de $18,33/unidad de almacenamiento. Por arriba de 8,3% de humedad o por debajo, habrá pérdidas por deterioro del grano y por logística.

Ejercicio 8: Minimización del costo total (C) de fabricar X unidades de producto (Castañeda, 2018).

Objetivo: Minimizar el costo total de fabricación de un producto.

Modelo cuadrático

C = 350 – 48X + 3X^2

Elementos y Coeficientes del modelo

C = Costo total ($)
X = Unidades de producto
a = Intercepto = $350 (Costo fijo del proceso)
b = Coeficiente lineal = 48 (con signo negativo)
c = Coeficiente cuadrático = 3

Cálculo de X_{min}

$X_{min} = \frac{|b|}{2c}$ → $X_{min} = \frac{48}{2\ (3)}$ → $X_{min} = \frac{48}{6}$ = 8 unidades de producto

Cálculo del costo mínimo

Modelo: C = 350 – 48X + 3X^2
C = 350 – 48(8) + 3(8)^2 → C = 350 – 384 + 3(64) → C = 350 – 384 + 192
C = $158

Decisión

Se deben producir 8 unidades para tener un costo mínimo de $158.

Para el cálculo del costo mínimo, Castañeda (2018) utiliza un proceso similar, aplicando la derivada del modelo cuadrático, con la diferencia que la propuesta de modelo simplificado se usa el valor absoluto para el coeficiente lineal |b|, en el cálculo de X_{min}.

Optimización de la producción:

Ejercicio 9: Optimización de la fertilización nitrogenada en la producción del maíz híbrido ADVANTA 9313 (Gavilánez y Gómez, 2022).

Objetivo: Determinar la dosis óptima de fertilizantes nitrogenado para maximizar el beneficio económico.

Modelo cuadrático

$REN = 4.478 + 87,65\ (N) - 0,3651(N)^2$

Elementos, coeficientes del modelo e índice económico

REN = Rendimiento de grano ($kg.ha^{-1}$)

N = X = Dosis de fertilizante nitrogenado: 80…… 160 kg de N ha^{-1}

a = Intercepto (rendimiento cuando X = 0)

b = Coeficiente lineal = 87,65

c = Coeficiente cuadrático = - 0,3651 (con signo negativo)

C_x = El costo unitario del insumo (urea) = $40/saco de 50 kg → $0,80/kilo. La urea contiene 46% N, por tanto, un kg N (ingrediente activo) tiene el costo de 0,80/0,46 = $1,74/kg

P_y = Precio unitario (quintal = 45 kg) de venta del producto = $15/45 kg = $0,33/kg

Índice económico: $\frac{C_x}{P_y} = \frac{1,74}{0,33} = 5,27$

Cálculo de X_{POE}

$$X_{POE} = \frac{b - \frac{C_X}{P_Y}}{2|c|} \rightarrow X_{POE} = \frac{87,65 - 5,27}{2|0,3651|} \rightarrow X_{POE} = \frac{82,38}{0,7302}$$

$X_{POE} = 112,82 \sim 113$ kg $N.ha^{-1}$.

Cálculo de la producción en el punto óptimo económico

Modelo: $REN = 4.478 + 87,65\ (N) - 0,3651(N)^2$

$REN = 4.478 + 87,65\ (113) - 0,3651\ (113)^2$

$REN = 4.478 + 9.904 - 0,3651\ (12.769) \rightarrow REN = 4.478 + 9.904 - 4.662$

REN = 9.720 kg de $grano.ha^{-1}$

Decisión

Con la aplicación de 113 kg de $N.ha^{-1}$ se logra producir 9.720 kg de $grano.ha^{-1}$, que equivale al punto óptimo económico.

Ejercicio 10: Optimización de la fertilización potásica en la producción del maíz híbrido ADVANTA 9313 (Gavilánez y Gómez, 2022).

Objetivo: Optimizar la fertilización potásica nitrogenado para maximizar el beneficio económico en la producción de maíz.

Modelo cuadrático

REN = 5.384 + 71,81 (K) – 0,3029(K)^2

Elementos, coeficientes del modelo e índice económico

REN = Rendimiento de grano (kg.ha^{-1})

K = X = Dosis de muriato de potasio (kg.ha^{-1})

a = Intercepto = 5.384 kg.ha^{-1} de rendimiento cuando X = 0.

b = Coeficiente lineal = 71,81

c = Coeficiente cuadrático = - 0,3029 (con signo negativo)

C_x = Costo unitario del Muriato de potasio es \$32/saco 50 kg → \$0,64/kg de abono potásico.

Como MK contiene el 60% de ingrediente activo, el costo del P_2O_5 es 0,64/0,60 = 1,07/kg

P_y = Precio unitario (quintal) de venta del producto (proyectado) es \$15/45 kg = \$0,33/kg

$$\frac{C_x}{P_y} = \frac{1,07}{0.33} = 3,24 \text{ Índice económico}$$

Cálculo de X

$$X_{POE} = \frac{b - \frac{C_X}{P_Y}}{2|c|} \rightarrow X_{POE} = \frac{71,81 - 3,24}{2|0,3029|} \rightarrow X_{POE} = \frac{68,57}{0,6058}$$

$$X_{POE} = 113,2 \sim 113 \text{ kg de } K_2O.ha^{-1}$$

Cálculo de la producción en el punto óptimo económico

Modelo: REN = 5.384 + 71,81 (K) – 0,3029(K)^2

REN = 5.384 + 71,81 (113) – 0,3029(113)^2

REN = 5.384 + 8.115 – 0,3029(12.769) → REN = 5.384 + 8.115 – 3.868

REN = 9.631 kg de grano.ha^{-1}

Decisión

Con la aplicación de 113 kg de K_2O.ha^{-1} se logra producir 9.631 kg de grano.ha^{-1}, que equivale al punto óptimo económico.

En circunstancias de alta incertidumbre de los costos de los insumos y de los precios de venta de los productos, el cálculo de X_{Max}, proyectado a lograr el máximo técnico tiene mayor impacto en la toma de decisiones de los productores (Pagani et al., 2008).

Los modelos simplificados, aplicados para maximizar la producción y los beneficios económicos, así como para minimizar los costos, se han probado como válidos y de ágil aplicabilidad en los análisis de experimentos agrícolas. Estos modelos simplificados ofrecen un equilibrio práctico entre precisión y aplicabilidad en la planificación agrícola, promoviendo eficiencia y resiliencia económica.

Conclusiones

- En variables de respuesta del tipo "mayor es mejor", los modelos cuadráticos simplificados resultan efectivos para calcular el punto óptimo económico.
- En variables del tipo "menor es mejor" como los costos, el modelo cuadrático simplificado posibilita la minimización de los costos con alta confiabilidad.

- Los modelos cuadráticos simplificados, aplicados para maximizar la producción y los beneficios económicos, así como para minimizar los costos se han probado como válidos y de ágil aplicabilidad en experimentos agrícolas.
- Estos modelos ofrecen un equilibrio práctico entre precisión y aplicabilidad en la planificación agrícola y en la formulación de recomendaciones, promoviendo eficiencia y resiliencia económica.

Reconocimientos y Declaraciones

Se agradece a Freddy Carlos Gavilánez-Luna y María José Gómez-Vargas, a Geovanny Fabricio Intriago Cobeña y Diego Armando Quiroz Álava por su autorización el uso de la información técnica para la validación de los modelos simplificados propuestos.

Los autores declaran la contribución y participación equitativa de roles de autoría para esta publicación.

Los autores declaran que, en la elaboración del presente artículo, no se ha utilizado herramientas de inteligencia artificial.

Referencias

AGROCALIDAD (Agencia de Regulación y Control Fito y Zoo sanitario). (2023). *Manual para el registro y control post registro de almacenes de expendio de insumos agropecuarios*. Resolución 0227. MAG. https://www.agrocalidad.gob.ec/wp-content/uploads/2023/09/Resolucio%CC%81n-0227-MANUAL-PARA-EL-REGISTRO-Y-CONTROL-POST-REGISTRO-DE-ALMACENES-DE-EXPENDIO-DE-INSUM.pdf

Arias-Collaguazo, W.M., Castro-Morales, L.G., Maldonado-Gudiño, C. W, y Burbano-García, L. H. (2021). Análisis del modelo de optimización aplicado a la producción agrícola en la Asociación del Gobierno Autónomo Parroquial de Cahuasqui. *Dilemas contemporáneos: educación, política y valores, 8*(3), https://doi.org/10.46377/dilemas.v8i3.2670

Bernal, J., Navas, G. y Hernández, R. (2014). Requerimientos y respuestas a la fertilización del maíz en suelos de sabanas ácidas de Colombia. *Informaciones Agronómicas de Hispanoamérica, 15*, 6 -10. http://www.ipni.net/publication/ia-lacs.nsf/0/C6F375AA0EFCEB5285257D550063E573/$FILE/6.pdf

Best, S., León, L., Méndez, A., Flores, F. y Aguilera, H. (2014). *Adopción y Desarrollo de tecnologías en Agricultura de Precisión*. Boletín Digital Nº 3, Instituto de Investigaciones Agropecuarias. https://www.gisandbeers.com/RRSS/Publicaciones/Tecnologia-Agricultura-Precision.pdf

Castán-Farrero, J. (1988). Discusión sobre si la ley de rendimientos decrecientes puede considerarse representativa de la producción industrial. *Cuadernos de Economía*, *16,* 405-445. http://hdl.handle.net/10486/5478

Castañeda-Barbosa, R.D. (2018). *Funciones*. Universidad Católica de Colombia. https://repository.ucatolica.edu.co/server/api/core/bitstreams/dee784ac-213a-4ff1-91f3-b9fa2e041f09/content

CIMMYT (Centro Internacional de Mejoramiento de Maíz y Trigo). (1988). *La formulación de recomendaciones a partir de datos agronómicos: Un manual metodológico de evaluación económica*. CIMMYT. https://repository.cimmyt.org/entities/publication/b2daa208-fa9c-43e3-a181-f21d118ce2d6

Corchuelo, B. y Quiroga, A. (2014). *Análisis microeconómico II*. Manuales UEX. Universidad de Extremadura. 109 p. https://dehesa.unex.es:8443/bitstream/10662/4371/1/978-84-697-0495-0.pdf

Corral, L. (2019). Estadística y técnicas experimentales para la investigación biológica. Universidad Politécnica Salesiana. 521 p. https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/21027/1/Estadi%CC%81sticas%20y%20te%CC%81cnicas%20experimentales%20para%20la%20investigacio%CC%81n%20biolo%CC%81gica%20T.pdf

Cruz, E.A., Medina, P.D. y Silva, C.A. (2012). Una revisión crítica de la razón señal ruido usada por Taguchi. *Scientia et Technica, 17*(50), 52,56. https://www.redalyc.org/pdf/849/84923878009.pdf

Debertin, D.L. (2012). *Agricultural Production Economics*. 2th. ed. University of Kentucky. USA. https://duddal.org/files/original/5fc96cd8d032c2a7889b11a117107db74154bdd3.pdf

Doll, J. & Orazem, F. (1978). *Production economics: Theory with applications*. 2nd ed. John Wiley y Sons. Singapore. 470 p. https://archive.org/details/productioneconom0002doll

FAO (Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y Alimentación. (2011). *Ahorrar para crecer: Guía para los responsables de las políticas de intensificación sostenible de la producción agrícola en pequeña escala*. https://www.fao.org/4/i2215s/i2215s.pdf

Gavilánez-Luna, F.R. y Gómez-Vargas, M.J. (2022). Definición de dosis de nitrógeno, fósforo y potasio para una máxima producción del maíz híbrido Advanta 9313 mediante el diseño central compuesto. *Ciencia y Tecnología Agropecuaria, 23*(1): e2225. https://revistacta.agrosavia.co/index.php/revista/article/view/2225

Gómez, K. A. & Gómez, A. A. (1984). *Statistical procedures for agricultural research*. Second edition. John Wiley & Sons. https://pdf.usaid.gov/pdf_docs/PNAAR208.pdf

Huerta-Quintanilla, R. (2001). De nuevo los rendimientos decrecientes. *Aportes: Revista de la Facultad de Economía, VI* (18), 73-90. https://www.redalyc.org/pdf/376/37601805.pdf

Intriago, G. F. y Quiroz, D.A. (2018). *Respuesta del pasto maralfalfa (Pennisetum* sp*) a dosis crecientes de N y S bajo condiciones del valle del río Carrizal*. [Tesis ingeniero agrícola, Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí]. https://repositorio.espam.edu.ec/handle/42000/867

Mankiw, G. (2012). *Principios de Economía*. Sexta ed. Traducido del inglés por Ma. G. Meza y Ma. Carril. Cengage Learning. https://gc.scalahed.com/recursos/files/r157r/w12759w/Micro4.pdf

Muinelo-Gallo, L. (2012). Modelo estructural de función de producción: Un estudio empírico de la innovación en el sector manufacturero español. *Economía: teoría y práctica*, (36), 43-82. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-33802012000100003&lng=es&tlng=es

Pagani, A.; Echeverría, H.; Sainz-Rozas, H. y Barbieri, P. (2008). Dosis óptima económica de nitrógeno en maíz bajo siembra directa en el sudeste bonaerense. *Ciencia del. Suelo, 26*(2),183-193. http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-20672008000200009

Pontón, R. (2010). Praxeología y Ley de rendimientos decrecientes. *Invenio, 13*(24), 7-11. https://www.redalyc.org/pdf/877/87714453001.pdf

Salvatore, D. (2009). *Microeconomía*. 4th. ed. McGraw Hill. 355 p. https://acrobat.adobe.com/id/urn:aaid:sc:VA6C2:4cb83b74-fbc6-40a4-aabd-2f55c2d291d5

Smith, J., Brown, A. & Wilson, K. (2018). Quadratic cost models in agricultural storage: Optimization of grain moisture content to minimize economic losses. *Journal of Food Engineering, 223*(3), 112-125. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2018.03.007

Sydsaeter, K. y Hammond, P. (1996). *Matemáticas para el análisis económico*. Prentice Hall. Universidad Nacional de San Marcos. 774 p. https://biblioteca.bce.ec/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=6601

TOTVS (23 de enero del 2024). *Insumos agrícolas: qué son, tipos e importancia*. Gestión agrícola. https://es.totvs.com/blog/gestion-agricola/insumos-agricolas-que-son-tipos-e-importancia/

Vicién, C. (2015). La función de producción: breve reseña histórica. En C. Vicién (Ed.). *Notas sobre Economía de la Agricultura y las Empresas Agropecuarias y Agroindustriales*. Orientación Gráfica Editores. pp. 59-74 https://www.gbv.de/dms/zbw/832967130.pdf

Vishnu, L. (2024). The use of quadratic equations to optimize agricultural practices: a theoretical and practical approach in optimization of crop yield. *International Journal of Creative Research Thoughts,12*(12). 1236-1240. https://www.ijcrt.org/papers/IJCRT2412572.pdf

Walpole, R. E., Myers, M. H. y Myers, S. L. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. 9na. ed. Pearson. 792 p. https://vereniciafunez94hotmail.files.wordpress.com/2014/08/8va-probabilidad-y-estadistica-para-ingenier-walpole_8.pdf