

Regionalización de las Curvas de Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF) en las Provincias de Santa Elena y Manabí

Regionalization of the Intensity-Duration-Frequency (IDF) Curves in the Provinces of Santa Elena and Manabí

Pietro Corapi¹ <https://orcid.org/0000-0001-8626-0134>,
Nedin Nuñez Neira¹ <https://orcid.org/0000-0003-1759-3116>

¹Universidad de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador
pietro.corapi@ug.edu.ec, nedinsteven@gmail.com



Esta obra está bajo una licencia internacional
Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0.

Enviado: 2022/09/10

Aceptado: 2022/12/13

Publicado: 2022/12/30

Resumen

Una baja densidad de estaciones pluviométricas en la costa del Ecuador, junto con registros discontinuos e incompletos, ocasionan que la estimación de las ecuaciones de las curvas de intensidad-duración-frecuencia (IDF) sea compleja, dando lugar a sobrestimaciones o subestimaciones de las precipitaciones en sectores sin datos. El propósito de la investigación es crear un mapa regionalizado de los parámetros para la ecuación de las curvas IDF en las provincias de Santa Elena y Manabí. Los datos de precipitación, de las estaciones meteorológicas disponibles, fueron empleados en un análisis estadístico con el objetivo de verificar si se ajustaban a una distribución probabilística. Posterior a esto, mediante regresión lineal múltiple, se determinó cada parámetro de las ecuaciones correspondientes a cada estación. Los parámetros obtenidos fueron distribuidos en el área de estudio por medio de métodos de análisis espacial como la Distancia Inversa Ponderada y Kriging Ordinario en el software QGIS. Se demostró la validez de cada método con estaciones que han sido excluidas en el análisis espacial, donde se ha comprobado un error menor al 10%. El método de Kriging Ordinario ha demostrado una distribución más adecuada, a partir de la cual se ha generado un mapa publicado en ArcGIS Online. Este mapa permitió la lectura de los parámetros de la ecuación de curvas IDF en cualquier coordenada dentro de las provincias de estudio.

Palabras clave: Análisis espacial, interpolación, parámetros hidrológicos, precipitación, zonificación.

Sumario: Introducción, Materiales y Métodos, Resultados y Discusión y Conclusiones.

Como citar: Corapi, P., & Nuñez, N. (2022). Regionalización de las Curvas de Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF) en las Provincias de Santa Elena y Manabí. *Revista Tecnológica - Espol*, 34(4), 44-68. <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/974>

Abstract

A low density of pluviometric stations on the coast of Ecuador, together with discontinuous and incomplete records, induce the estimation of the equations of the intensity-duration-frequency (IDF) curves to be complex. It leads to overestimates or underestimates of rainfall in sectors without enough data. The purpose of this research is to create a regionalized map of the parameters for the equation of the IDF curves in the provinces of Santa Elena and Manabí. The precipitation data from the available meteorological stations were used in statistical analysis to verify if they adjust a probabilistic distribution. In addition, each parameter of the equations corresponding to each station has been determined by using multiple linear regression. The resulting parameters were distributed in the study area through spatial analysis methods such as Inverse Distance Weighting and Ordinary Kriging in the QGIS software. The validity of each method has been demonstrated with stations that have been excluded in the spatial analysis. Therefore, an error of less than 10% has been verified. The Ordinary Kriging method has shown a more adequate distribution, from which the map published in ArcGIS Online has been generated. This map allows the reading of the parameters for the equation of the IDF curves at any coordinate inside the study provinces.

Keywords: Spatial analysis, interpolation, hydrological parameters, rainfall, zoning.

Introducción

En proyectos hidráulicos que requieren de un diseño hidrológico es primordial estudiar las precipitaciones mediante un proceso que se conoce como determinación de los eventos de lluvia. La determinación de dichos eventos se realiza mediante un análisis que establezca una relación entre la intensidad de lluvia, duración y frecuencia (IDF). En esta relación, los datos generalmente se presentan con un gráfico donde el eje horizontal corresponde a la duración y el eje vertical a la intensidad, cada período de retorno considerado (frecuencia) se muestra a través de una serie de curvas (Chow et al., 1994).

Para la elaboración de las curvas IDF se puede recurrir a registros de precipitación de estaciones pluviográficas o estaciones pluviométricas, instrumentos cuya presencia en algunos sitios puede ser escasa o nula. Estos instrumentos pueden volverse obsoletos de manera temprana cuando no hay un correcto mantenimiento, provocando ausencia de datos en los registros; además, la información generada por las estaciones no es de libre acceso en su totalidad. Este escenario es muy común en el Ecuador y se puede corroborar con los anuarios meteorológicos del Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología (INAMHI), considerando el período de 1990-2013; los registros incompletos son evidentes según varios trabajos de investigación (Carrera V. et al., 2016; INAMHI, 2008).

El objetivo de esta investigación es crear un modelo de regionalización de las constantes de la ecuación de las curvas de IDF en las provincias de Santa Elena y Manabí, mediante un análisis estadístico de datos de precipitación para obtener parámetros hidrológicos en sitios con información escasa o inexistente.

Materiales y Métodos

Curvas de Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF)

Las curvas de intensidad-duración-frecuencia son gráficas que representan las características de las tormentas que tienen ocurrencia en una zona o región. La lluvia es un evento definido por tres variables: magnitud (lámina de precipitación), duración y frecuencia (período de retorno); sin embargo, para un análisis más completo se toma en consideración la intensidad en lugar de la lámina de precipitación (Campos A., 1998).

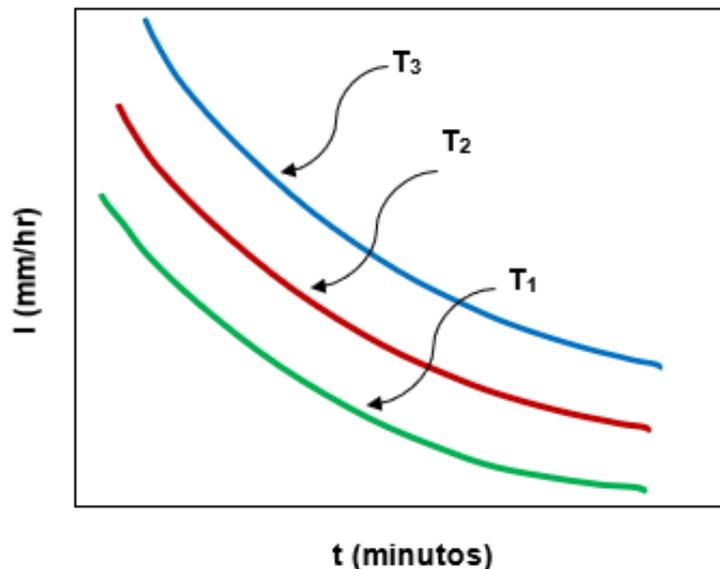
Período de Retorno

El período de retorno hace referencia a un intervalo promedio de tiempo dentro del cual un evento puede suceder en igual o mayor magnitud (Varas C. & Bois, 1998).

El estudio de las precipitaciones a través de un análisis de curvas IDF es fundamental en las primeras etapas de proyectos que demanden diseños hidrológicos e hidráulicos. Para trazar estas curvas, la intensidad se expresa en mm/hr, la duración en minutos y la frecuencia o período de retorno en años. La Figura 1 muestra un esquema general de presentar las curvas IDF en escala aritmética (Chow et al., 1994).

Figura 1

Esquema de las Curvas IDF en Escala Aritmética.



Una de las expresiones para representar las curvas IDF fue presentada por Bernard (1932):

$$I = \frac{kT^m}{D^n} \quad [1]$$

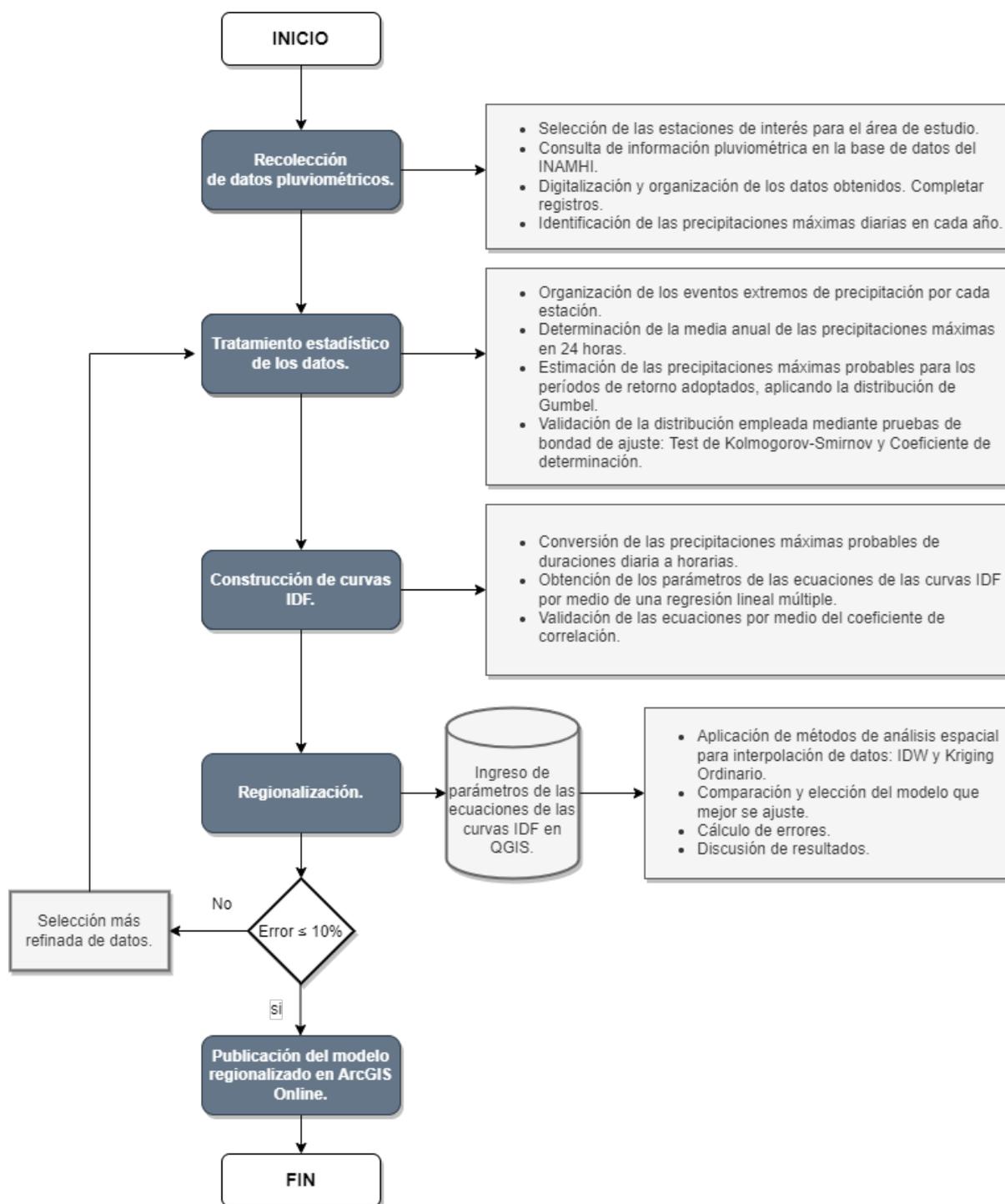
Donde:

- I*: intensidad, en mm/hr;
- D*: Duración de lluvia, en minutos;
- T*: Período de retorno en años;
- k, m, n*: Parámetros de ajuste.

Para el desarrollo de un mapa de zonificación de las curvas de intensidad, duración y frecuencia (IDF), primero se deben obtener los parámetros de la ecuación para tales curvas. En la Figura 2 se presenta un esquema de las fases involucradas en el proceso de regionalización de las curvas IDF.

Figura 2

Diagrama de Flujo de la Metodología

**Recolección de Información Pluviométrica**

Las mediciones de lluvia pueden variar de un lugar a otro, y en un mismo lugar según el tiempo. Antes de emplear métodos estadísticos para modelar este comportamiento espacio-temporal, es necesario constatar que los registros sean completos, consistentes y con una extensión suficiente (Chereque M., 1989).

En esta investigación se recopilamos datos de 42 estaciones meteorológicas, con información que acumula entre 10 y 24 años de registros. Parte de esta información

meteorológica fue proporcionada directamente por el Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología y, otra parte, se obtuvo a partir de los anuarios disponibles en la biblioteca virtual de tal institución. Como producto de completar los registros, empleando el método de regresión lineal, el 47,62% tienen 20 o más años con registros completos, un 69,05% cuentan con 15 o más años y un 30,95% tienen entre 10 y 14 años de información. En la Tabla 1 se pueden visualizar los datos generales de cada estación: código, nombre, provincia, ubicación en sistema de coordenadas geográficas (grados, minutos y segundos), entre otros.

Tabla 1

Información General de las Estaciones Meteorológicas Estudiadas

CÓDIGO	ESTACIÓN	PROVINCIA	ZONA	LATITUD	LONGITUD	AÑOS CON REGISTROS
M0005	Portoviejo-UTM	Manabí	17S	1°2'3" S	80°27'34" W	24
M0006	Pichilingue	Los Ríos	17S	1°6'0" S	79°27'42" W	24
M0025	La Concordia	Esmeraldas	17S	0°1'36" S	79°22'17" W	24
M0026	Puerto Ila	Santo Domingo	17S	0°28'34" S	79°20'20" W	24
M0037	Milagro (Ingenio Valdez)	Guayas	17S	2°6'56" S	79°35'57" W	24
M0051	Babahoyo-UTB	Los Ríos	17S	1°49'0" S	79°32'0" W	21
M0124	San Juan La Maná	Los Ríos	17S	0°57'15" S	79°19'8" W	20
M0160	El Carmen	Santo Domingo	17S	0°19'4" S	79°16'47" W	12
M0162	Chone	Manabí	17S	0°41'0" S	80°5'0" W	24
M0165	Rocafuerte	Manabí	17S	0°55'20" S	80°27'9" W	24
M0166	Olmedo-Manabí	Manabí	17S	1°23'41" S	80°12'25" W	24
M0167	Jama	Manabí	17S	0°11'58" S	80°15'47" W	15
M0169	Julcuy	Manabí	17S	1°28'1" S	80°37'14" W	24
M0171	Camposano #2	Manabí	17S	1°35'16" S	80°24'0" W	24
M0172	Pueblo Viejo	Los Ríos	17S	1°32'12" S	79°31'45" W	24
M0174	Ancón	Santa Elena	17S	2°19'28" S	80°50'54" W	10
M0175	El Progreso-Guayas	Santa Elena	17S	2°24'0" S	80°22'0" W	11
M0176	Naranjal	Guayas	17S	2°39'44" S	79°39'23" W	22
M0218	Ingenio San Carlos	Guayas	17S	2°12'0" S	79°26'35" W	24

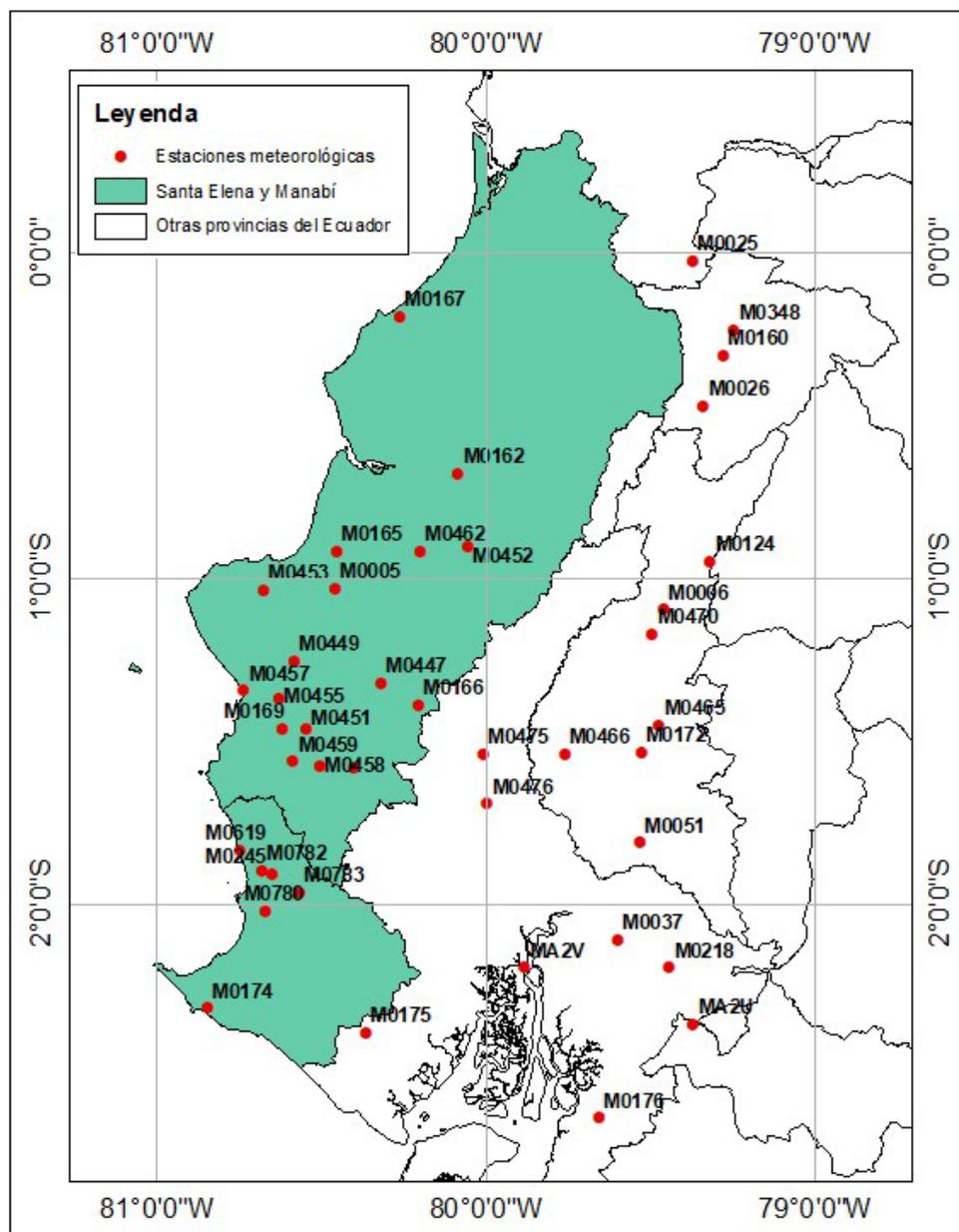
CÓDIGO	ESTACIÓN	PROVINCIA	ZONA	LATITUD	LONGITUD	AÑOS CON REGISTROS
M0245	El Suspiro	Santa Elena	17S	1°54'46" S	80°39'11" W	21
M0348	Santa Anita	Santo Domingo	17S	0°14'20" S	79°14'43" W	13
M0447	24 de Mayo (Jaboncillo)	Manabí	17S	1°19'26" S	80°19'10" W	17
M0449	Sancán	Manabí	17S	1°15'29" S	80°35'5" W	14
M0451	El Anegado	Manabí	17S	1°28'5" S	80°32'55" W	11
M0452	Zapote	Manabí	17S	0°54'23" S	80°3'23" W	10
M0453	Chorrillos	Manabí	17S	1°2'25" S	80°40'36" W	14
M0455	Joa - Jipijapa	Manabí	17S	1°22'15" S	80°37'49" W	13
M0457	Puerto Cayo	Manabí	17S	1°20'58" S	80°44'11" W	15
M0458	Colimes De Paján	Manabí	17S	1°34'42" S	80°30'21" W	18
M0459	San Pablo - Manabí	Manabí	17S	1°34'0" S	80°35'13" W	13
M0462	Junín	Manabí	17S	0°55'21" S	80°12'8" W	13
M0465	Ventanas INAMHI	Los Ríos	17S	1°27'25" S	79°28'26" W	16
M0466	Vinces	Los Ríos	17S	1°32'33" S	79°45'44" W	21
M0470	Mocache	Los Ríos	17S	1°10'37" S	79°29'39" W	16
M0475	Colimes de Balzar INAMHI	Guayas	17S	1°32'34" S	80°0'29" W	12
M0476	La Capilla INAMHI	Guayas	17S	1°41'46" S	79°59'45" W	12
M0619	Manglaralto	Santa Elena	17S	1°51'10" S	80°44'55" W	22
M0780	Colonche	Santa Elena	17S	2°1'34" S	80°40'19" W	16
M0782	Barcelona	Santa Elena	17S	1°54'0" S	80°41'0" W	22
M0783	Salanguillo	Santa Elena	17S	1°58'10" S	80°34'08" W	18
MA2U	Ingenio Aztra (La Troncal)	Cañar	17S	2°22'27" S	79°22'27" W	21
MA2V	Guayaquil-Radio Sonda	Guayas	17S	2°12'0" S	79°53'0" W	18

Fuente: Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología

En la Figura 3 se aprecia la distribución espacial de las estaciones meteorológicas.

Figura 3

Distribución de las Estaciones en el Área de Estudio



Curvas IDF a partir de Datos de Precipitación Máxima en 24 Horas

El procesamiento estadístico de las precipitaciones máximas en 24 horas (eventos extremos de precipitación) tiene como propósito obtener una estimación de las lluvias máximas diarias para determinados períodos de retorno, acorde a las necesidades de diseño de obras hidráulicas. Los datos estimados sirven de base para la construcción de curvas IDF (Campos A., 1998).

Para el análisis estadístico, de los datos pluviométricos de una estación meteorológica, se seleccionan los valores máximos diarios por cada año (dentro del intervalo de tiempo considerado, en el cual se posean datos pluviométricos). Esta colección es la que se emplea para la determinación de la precipitación máxima probable, aplicando métodos como la distribución de probabilidad Tipo I o de Gumbel.

Distribución de Probabilidad para Valores Extremos Tipo I o de Gumbel

Gumbel (1958) ha demostrado que al suponer un número N de muestras, que a la vez contienen n eventos cada una, y seleccionar el máximo x de los n eventos, se puede exponer que, a medida que n incrementa, la función de distribución de probabilidad de x tiende a:

$$F(x) = e^{-e^{\alpha(x-\beta)}} \quad [2]$$

$F(x)$ es la función de la probabilidad de no ocurrencia (o de no excedencia) de acuerdo con la distribución de Gumbel.

Donde:

α y β son los parámetros de la función y se estiman como (Aparicio M., 1992):

$$\alpha = \frac{\sigma_y}{S} \quad [3]$$

$$\beta = \bar{x} - \frac{u_y}{\alpha} \quad [4]$$

σ_y y u_y son la desviación estándar y media de orden estadístico, $m/(n+1)$, de una muestra de tamaño n ordenada de tal modo que $m=1$ para el mayor de los eventos extremos y $m=n$ para el evento extremo con menor magnitud. Estos parámetros son función del tamaño de la muestra.

S es la desviación estándar de la muestra y se obtiene como:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad [5]$$

\bar{x} es la media de los n eventos máximos.

En la Tabla 2 se muestran los diferentes valores que adoptan σ_y y u_y para distintos tamaños de muestra:

Tabla 2

Valores de σ_y y u_y en Función del Número de Datos para Distribución de Gumbel

n	u_y	σ_y
10	0,4952	0,9496
15	0,5128	1,0206
20	0,5236	1,0628
25	0,5309	1,0914
30	0,5362	1,1124
35	0,5403	1,1285

n	u_y	σ_y
40	0,5436	1,1413
45	0,5463	1,1518
50	0,5485	1,1607
55	0,5504	1,1682
60	0,5521	1,1747
65	0,5535	1,1803
70	0,5548	1,1854
75	0,5559	1,1898
80	0,5569	1,1938
85	0,5578	1,1974
90	0,5586	1,2007
95	0,5593	1,2037
100	0,5600	1,2065

Fuente: Aparicio M. (1992)

Para obtener un evento máximo x , dado su período de retorno T , se utiliza la fórmula correspondiente a la distribución de Gumbel:

$$x = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln \left(\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right) \quad [6]$$

Mediante la ecuación [6], se determinan las precipitaciones máximas probables para distintos períodos de retorno, con respecto a cada una de las estaciones sujetas a estudio. Según el U.S. Weather Bureau, se recomienda aplicar, a estas precipitaciones máximas probables, un factor de corrección de 1,13 para convertir datos medidos en intervalos fijos (pluviómetros) a mediciones en intervalos continuos (pluviógrafos). El factor 1,13 es un valor empírico, producto de un análisis de series anuales de valores máximos de precipitación; concretamente, fue obtenido como la media de la razón entre los valores de precipitación acumulada (diaria) de intervalos continuos y los de intervalos fijos de una medición cada 24 horas (Hershfield, 1961).

Los valores obtenidos de precipitación máxima probable son validados mediante lo que se denominan pruebas de bondad de ajuste: Test Kolmogorov – Smirnov y Coeficiente de determinación.

Test Kolmogorov – Smirnov

Esta prueba de bondad de ajuste parte de la comparación entre las funciones de distribución acumulativa (frecuencia observada), que se aprecia al ordenar la muestra, y la distribución propuesta o frecuencia teórica (Canavos, 1994).

La prueba se basa en la diferencia absoluta máxima D , entre los valores de la distribución acumulativa observada de una muestra cualquiera de tamaño n , y una distribución acumulativa teórica (Johnson et al., 2012):

$$D = \text{máx} |F_o(x_m) - F(x)| \quad [7]$$

Donde:

$F_o(x_m)$: frecuencia observada;

$F(x)$: frecuencia teórica (Distribución normal, log-normal, Gumbel, entre otras).

El valor D es comparado a un valor crítico d que varía según el número n de datos y de acuerdo con el nivel de significancia.

La frecuencia observada se obtiene como:

$$F_o(x_m) = 1 - \frac{m}{n + 1} \quad [8]$$

Donde:

m : número de orden del dato x_m ;

n : número total de datos.

El nivel de significancia α es una probabilidad de error, un nivel de significancia de 0,05 representa una confianza del 95%, por ejemplo.

Finalmente, si $D < d$, la distribución utilizada es aceptada. Los valores que puede adoptar d , se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3

Valores para d según la significancia y el número de datos

n	NIVEL DE SIGNIFICANCIA				
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
1	0,90000	0,95000	0,97500	0,99000	0,99500
2	0,68337	0,77639	0,84189	0,90000	0,92929
3	0,56481	0,63604	0,70760	0,78456	0,82900
4	0,49265	0,56522	0,62394	0,68887	0,73424
5	0,44698	0,50945	0,56328	0,62718	0,66853
6	0,41037	0,46799	0,51926	0,57741	0,61661
7	0,38148	0,43607	0,48342	0,53844	0,57581
8	0,35831	0,40962	0,45427	0,50654	0,54179

n	NIVEL DE SIGNIFICANCIA				
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
9	0,33910	0,38746	0,43001	0,47960	0,51332
10	0,32260	0,36866	0,40925	0,45562	0,48893
11	0,30829	0,35242	0,39122	0,43670	0,46770
12	0,29577	0,33815	0,37543	0,41918	0,44905
13	0,28470	0,32549	0,36143	0,40362	0,43247
14	0,27481	0,31417	0,34890	0,38970	0,41762
15	0,26589	0,30397	0,33750	0,37713	0,40420
16	0,25778	0,29472	0,32733	0,36571	0,39201
17	0,25039	0,28627	0,31796	0,35528	0,38086
18	0,24360	0,27851	0,30936	0,34569	0,37062
19	0,23735	0,27136	0,30143	0,33685	0,36117
20	0,23156	0,26473	0,29408	0,32866	0,35241
21	0,22517	0,25858	0,28724	0,32104	0,34426
22	0,22115	0,25283	0,28087	0,31394	0,33666
23	0,21646	0,24746	0,27490	0,30728	0,32954
24	0,21205	0,24242	0,26931	0,30104	0,32286
25	0,20790	0,23768	0,26404	0,29518	0,31657
26	0,20399	0,23320	0,25908	0,28962	0,30963
27	0,20030	0,22898	0,25438	0,28438	0,30502
28	0,19680	0,22497	0,24993	0,27942	0,29971
29	0,19348	0,22117	0,24571	0,27471	0,29466
30	0,19032	0,21756	0,24170	0,27023	0,28986
31	0,18732	0,21412	0,23788	0,26596	0,28529
32	0,18445	0,21085	0,23424	0,26189	0,28094
33	0,18171	0,20771	0,23076	0,25801	0,27577
34	0,17909	0,21472	0,22743	0,25429	0,27271
35	0,17659	0,20185	0,22425	0,25073	0,26897
36	0,17418	0,19910	0,22119	0,24732	0,26532

n	NIVEL DE SIGNIFICANCIA				
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
37	0,17188	0,19646	0,21826	0,24404	0,26180
38	0,16966	0,19392	0,21544	0,24089	0,25843
39	0,16753	0,19148	0,21273	0,23785	0,25518
40	0,16547	0,18913	0,21012	0,23494	0,25205

Fuente: Canavos (1994).

Coefficiente de Determinación

El coeficiente de determinación se expresa como (Pizarro & Novoa, 1986):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (F_o(x_m) - F(x))^2}{\sum (F_o(x_m) - \overline{F_o(x_m)})^2} \quad [9]$$

Donde:

R^2 : coeficiente de determinación $0 \leq R^2 \leq 1$;

$F_o(x_m)$: frecuencia observada;

$F(x)$: frecuencia teórica;

$\overline{F_o(x_m)}$: media de las frecuencias acumuladas observadas.

Mientras el coeficiente de determinación sea más cercano a 1, mejor es el grado de asociación o correlación de la distribución empleada.

Las precipitaciones máximas probables, para cada período de retorno establecido (2, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 300 y 500 años), son convertidas de duraciones diarias a duraciones en horas, esto se logra por medio de los coeficientes propuestos por Campos A. (1998) que se muestran en la Tabla 4:

Tabla 4

Coefficientes para Conversión de Lluvias Máximas Diarias a Lluvias Máximas Horarias

DURACIONES EN HORAS									
1	2	3	4	5	6	8	12	18	24
0,3	0,39	0,46	0,52	0,57	0,61	0,68	0,8	0,91	1

Fuente: Campos A. (1998).

Las precipitaciones obtenidas son divididas por sus duraciones para obtener las respectivas intensidades de precipitación.

Regresión Lineal Múltiple

La ecuación [1] en su forma logarítmica se convierte en la ecuación [10]:

$$\log I = \log K + m \log T - n \log D \quad [10]$$

Al realizar un cambio de variables a la ecuación [10], se obtiene la ecuación [11]:

$$y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 \quad [11]$$

Donde:

$$y = \log I \quad X_1 = \log T \quad X_2 = \log D \quad \alpha = \log K \quad \beta_1 = m \quad \beta_2 = -n$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones [12], se obtienen los parámetros k, m y n .

$$\begin{aligned} \sum y &= \alpha \cdot n + \beta_1 \sum X_1 + \beta_2 \sum X_2 \\ \sum (X_1 \cdot y) &= \alpha \sum X_1 + \beta_1 \sum (X_1)^2 + \beta_2 \sum (X_1 \cdot X_2) \\ \sum (X_2 \cdot y) &= \alpha \sum X_2 + \beta_1 \sum (X_1 \cdot X_2) + \beta_2 \sum (X_2)^2 \end{aligned} \quad [12]$$

Regionalización

Conforme a la Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO) del gobierno de México, la regionalización es una metodología que involucra la modificación del orden territorial de un Estado para obtener componentes territoriales más pequeños (CONABIO, 2017).

En la hidrología, la regionalización se sustenta en un concepto de homogeneidad hidrológica en una región. Dicho de otro modo, consiste en la división de una zona de estudio en regiones menores con características similares en los aspectos climáticos, orográficos, entre otros (Acosta C. & Caro C., 2016).

Esta metodología permite trasladar los datos hidrológicos observados en un lugar a otro sitio donde la información es nula.

Métodos de Análisis Espacial para Regionalización de Parámetros

La espacialización incluye un conjunto de métodos que describen como un conjunto de datos en un sistema de coordenadas, generalmente cartesianas, dependen de los datos de estaciones vecinas. Los principales objetivos de la espacialización son la condensación y la visualización de datos, permitiendo la obtención de información nueva o ampliada, partiendo de información existente (Schöner & Tveito, 2002).

Método de Ponderación Inverso a la Distancia

El método de ponderación inverso a la distancia o Inverse Distance Weighting (IDW) es un tipo de interpolación que hace la suposición de que los puntos medidos tienen una influencia local, que va disminuyendo conforme aumenta la distancia, permitiendo que un número de estaciones vecinas sean incluidas en la estimación del valor interpolado. Cuanto más cerca están las estaciones, el método pondera con un mayor peso, dado que es el inverso de la distancia.

El peso de la distancia es elevado a una potencia de ponderación P que tiene, en general, valores que van de 0 a 2.

Le corresponde la siguiente expresión (Shepard, 1968):

$$\hat{Z}(S_0) = \frac{\sum_{i=1}^n d_{0,i}^{-P} Z(S_i) I(d_{0,i} \leq r)}{\sum_{i=1}^n d_{0,i}^{-P} I(d_{0,i} \leq r)} \quad [13]$$

$\hat{Z}(S_0)$: valor interpolado en la localización S_0 (ubicación sin datos)

$Z(S_i)$: valor medido en la localización S_i

$d_{0,i}$: distancia entre la i -ésima ubicación medida (estación vecina) y la ubicación S_0

$I(d_{0,i} \leq r)$: función indicadora con valor de 1 si $d_{0,i} \leq r$ y con valor 0 si $d_{0,i} > r$.

Donde r denota el radio de las estaciones vecinas; es decir, la región alrededor de la ubicación predicha, desde la cual se toman en cuenta los valores medidos para la interpolación espacial.

Kriging Ordinario

La predicción obtenida por Kriging Ordinario es una combinación lineal de valores medidos debido a que es un promedio pesado de tales datos:

$$\hat{Z}(S_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(S_i) \quad [14]$$

Donde:

λ_i : representa los pesos o ponderaciones de los valores medidos, calculados en función de la distancia entre los puntos muestreados y el punto a estimar;

$\hat{Z}(S_0)$: valor interpolado en la localización S_0 (ubicación sin datos);

$Z(S_i)$: valor medido en la localización S_i .

Los coeficientes lineales (λ_i) se calculan bajo la condición de insesgadez (que los valores teóricos sean idénticos a los reales; es decir, con error = 0) de tal manera que la suma de estos pesos sea igual a 1:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad [15]$$

De este modo, la esperanza del predictor se supone idéntica a la esperanza real de la variable, respectivamente:

$$E(\hat{Z}(S_0)) = E(Z(S_0)) \quad [16]$$

Otra restricción es de la varianza mínima del error de predicción (varianza kriging):

$$\sigma(S_0)^2 = E(Z(S_0) - \hat{Z}(S_0))^2 \quad [17]$$

Los detalles de esta teoría pueden ser observados en Cressie (1991) y Wackernagel (2003).

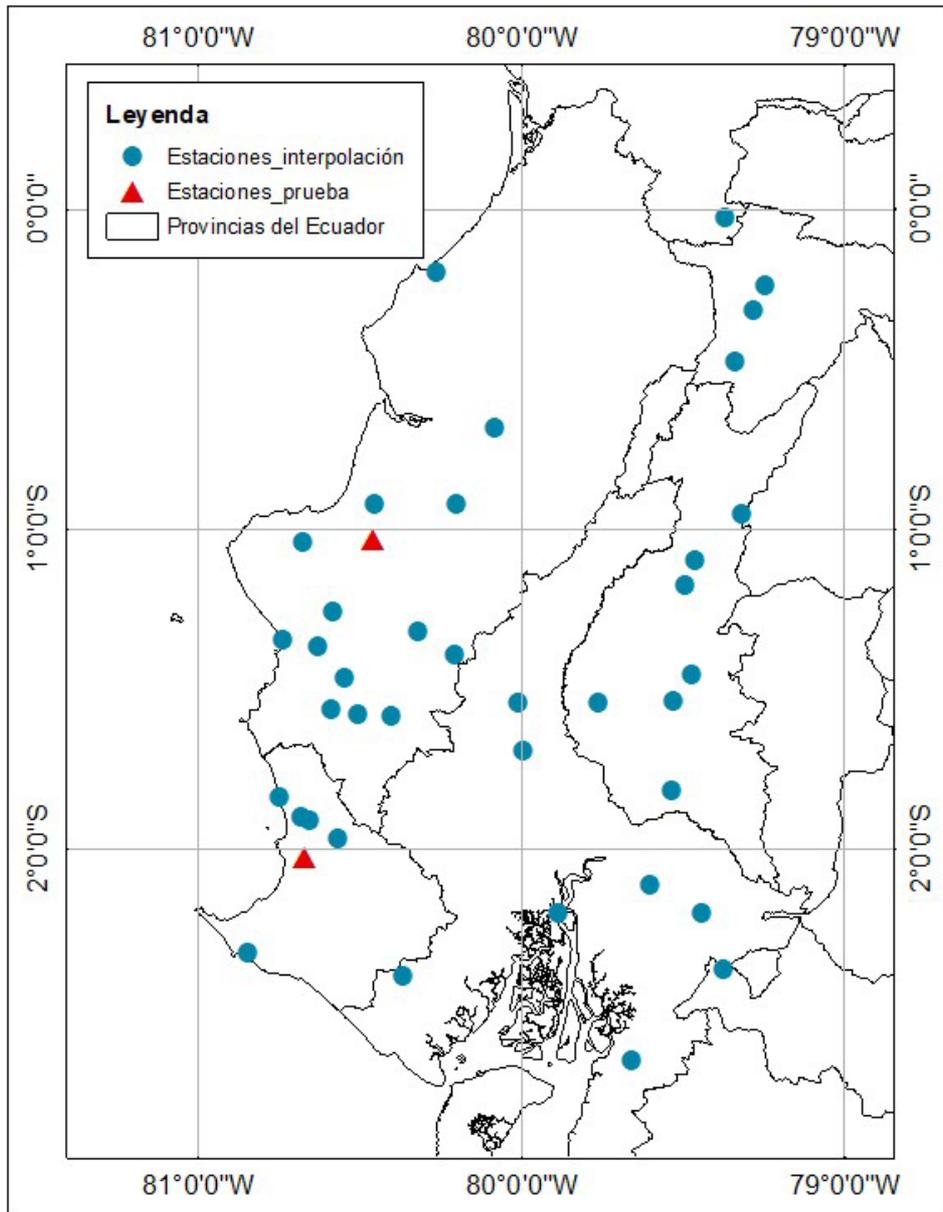
Los métodos de interpolación o análisis espacial descritos son empleados por medio de softwares SIG (Sistema de Información Geográfica) como QGIS.

Validación de los Métodos de Análisis Espacial

La muestra ha sido dividida en 2 partes: una muestra para realizar el modelo de interpolación, correspondiente al 95% de los datos y otra muestra de prueba, con el 5% restante para la validación. La distribución de las estaciones asignadas en cada parte se ilustra en la Figura 4.

Figura 4

Identificación de Muestras



Las estaciones M0005 y M0780 son las consideradas para la muestra de prueba. Los valores de k , m y n (calculados por medio de regresión lineal múltiple), correspondientes a estas estaciones, son comparados a los obtenidos mediante la lectura de los mapas generados por Distancia Inversa Ponderada y Kriging Ordinario para el cálculo del error relativo. El error se calcula con la ecuación [18].

$$\text{Error (\%)} = \frac{|\text{Valor calculado} - \text{valor verdadero}|}{\text{valor verdadero}} \times 100 \quad [18]$$

Estándares del Open Geospatial Consortium (OGC)

El Open Geospatial Consortium (OGC) es una organización dedicada a la creación de estándares geospaciales abiertos, esto hace referencia a determinado conjunto de normas cuyo propósito es impulsar que la información y servicios geospaciales sean accesibles, interoperables, reutilizables y fáciles de encontrar. La interoperabilidad hace referencia a la capacidad de intercambiar información y utilizarla (OGC, 2022a).

Los servicios que técnicamente obedecen a las normas establecidas por la OGC, son reconocidos como estándares OGC y hacen posible que organizaciones de carácter público puedan intercambiar la información geoespacial de manera interna o de manera abierta a la ciudadanía.

Servicio de Mapas Web (WMS)

El Servicio de Mapa Web o Web Map Service Interface Standard (WMS) es un estándar OGC que permite servir y solicitar un conjunto de imágenes georreferenciadas, por medio de internet. JPEG y PNG son los formatos de imagen típicos que devuelve tal solicitud, esto hace posible (indirectamente) que los mapas puedan ser mostrados en un navegador web (OGC, 2022b).

Servicio de Cobertura Web (WCS)

El Servicio de Cobertura Web o Web Coverage Service (WCS) es un estándar OGC que posibilita servir y solicitar por medio de internet un conjunto de archivos en diferentes formatos de ráster (píxeles) (OGC, 2022c).

Los servicios WMS y WCS pueden ser generados a partir de QGIS con ayuda del complemento de Gisquick. Para compartir mapas desde los servidores de Gisquick, es necesario registrarse en <https://projects.gisquick.org/user/>.

Resultados y Discusión

Los datos de precipitación máxima diaria, de cada estación meteorológica, fueron evaluados para comprobar si se ajustan a la distribución de Gumbel, esto a través de las pruebas de bondad de ajuste: Kolmogorov – Smirnov y Coeficiente de Determinación.

Para la prueba de Kolmogorov – Smirnov se ha considerado un nivel de significancia de 0,05 (confianza del 95%), este es uno de los dos parámetros requeridos para obtener el valor crítico d a partir de la Tabla 3, el otro parámetro es el número de datos n de cada estación y que corresponde a los años con registros completos. Los resultados de esta prueba se contemplan en la Tabla 5.

Tabla 5*Test de Kolmogorov – Smirnov para la Distribución de Gumbel por Estación*

CÓDIGO	ESTACIÓN	AÑOS CON REGISTROS	D	d	OBSERVACIÓN
M0005	Portoviejo-UTM	24	0,1135	0,2693	Se ajusta
M0006	Pichilingue	24	0,1071	0,2693	Se ajusta
M0025	La Concordia	24	0,0790	0,2693	Se ajusta
M0026	Puerto Ila	24	0,1200	0,2693	Se ajusta
M0037	Milagro (Ingenio Valdez)	24	0,1053	0,2693	Se ajusta
M0051	Babahoyo-UTB	21	0,0969	0,2872	Se ajusta
M0124	San Juan La Mana	20	0,0576	0,2941	Se ajusta
M0160	El Carmen	12	0,0901	0,3754	Se ajusta
M0162	Chone	24	0,1435	0,2693	Se ajusta
M0165	Rocafuerte	24	0,1000	0,2693	Se ajusta
M0166	Olmedo-Manabí	24	0,0824	0,2693	Se ajusta
M0167	Jama	15	0,1234	0,3375	Se ajusta
M0169	Julcuy	24	0,3628	0,2693	No se ajusta
M0171	Camposano #2	24	0,0919	0,2693	Se ajusta
M0172	Pueblo Viejo	24	0,1079	0,2693	Se ajusta
M0174	Ancón	10	0,1077	0,4093	Se ajusta
M0175	El Progreso-Guayas	11	0,0868	0,3912	Se ajusta
M0176	Naranjal	22	0,1555	0,2809	Se ajusta
M0218	Ingenio San Carlos	24	0,0683	0,2693	Se ajusta
M0245	El Suspiro	21	0,1612	0,2872	Se ajusta
M0348	Santa Anita-Km.10 Vía Chone	13	0,1197	0,3614	Se ajusta
M0447	24 De Mayo (Jaboncillo)	17	0,0779	0,3180	Se ajusta
M0449	Sancán	14	0,1075	0,3489	Se ajusta
M0451	El Anegado	11	0,1074	0,3912	Se ajusta
M0452	Zapote	10	0,3387	0,4093	Se ajusta
M0453	Chorrillos	14	0,0950	0,3489	Se ajusta
M0455	Joa-Jipijapa	13	0,1452	0,3614	Se ajusta
M0457	Puerto Cayo	15	0,0797	0,3375	Se ajusta

CÓDIGO	ESTACIÓN	AÑOS CON REGISTROS	D	d	OBSERVACIÓN
M0458	Colimes De Paján	18	0,0706	0,3094	Se ajusta
M0459	San Pablo-Manabí	13	0,1654	0,3614	Se ajusta
M0462	Junín	13	0,1785	0,3614	Se ajusta
M0465	Ventanas Inamhi	16	0,1364	0,3273	Se ajusta
M0466	Vinces	21	0,0874	0,2872	Se ajusta
M0470	Mocache	16	0,1614	0,3273	Se ajusta
M0475	Colimes De Balzar Inamhi	12	0,1307	0,3754	Se ajusta
M0476	La Capilla Inamhi	12	0,1058	0,3754	Se ajusta
M0619	Manglaralto	22	0,0858	0,2809	Se ajusta
M0780	Colonche	16	0,0822	0,3273	Se ajusta
M0782	Barcelona	22	0,1236	0,2809	Se ajusta
M0783	Salanguillo	18	0,1127	0,3094	Se ajusta
MA2U	Ingenio Aztra (La Troncal)	21	0,0840	0,2872	Se ajusta
MA2V	Guayaquil-Radio Sonda	18	0,0971	0,3094	Se ajusta

Como se observa en la Tabla 5, la prueba de Kolmogorov – Smirnov no admite la distribución de Gumbel para la estación M0169, puesto que para tal estación $D > d$. En el resto de las estaciones sí se cumple con $D < d$.

Los resultados de la prueba del Coeficiente de Determinación (R^2) se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6

Coeficiente de Determinación (R^2) de la Distribución de Gumbel por Estación

CÓDIGO	ESTACIÓN	R^2	OBSERVACIÓN
M0005	Portoviejo-UTM	0,9609	Se ajusta
M0006	Pichilingue	0,9695	Se ajusta
M0025	La Concordia	0,9848	Se ajusta
M0026	Puerto Ila	0,9713	Se ajusta
M0037	Milagro (Ingenio Valdez)	0,9600	Se ajusta
M0051	Babahoyo-UTB	0,9749	Se ajusta
M0124	San Juan La Mana	0,9912	Se ajusta
M0160	El Carmen	0,9666	Se ajusta

CÓDIGO	ESTACIÓN	R²	OBSERVACIÓN
M0162	Chone	0,9338	Se ajusta
M0165	Rocafuerte	0,9715	Se ajusta
M0166	Olmedo-Manabí	0,9785	Se ajusta
M0167	Jama	0,9454	Se ajusta
M0169	Julcuy	0,4564	No se ajusta
M0171	Camposano #2	0,9722	Se ajusta
M0172	Pueblo Viejo	0,9605	Se ajusta
M0174	Ancón	0,9656	Se ajusta
M0175	El Progreso-Guayas	0,9714	Se ajusta
M0176	Naranjal	0,9523	Se ajusta
M0218	Ingenio San Carlos	0,9838	Se ajusta
M0245	El Suspiro	0,9074	Se ajusta
M0348	Santa Anita-Km.10 Vía Chone	0,9597	Se ajusta
M0447	24 De Mayo (Jaboncillo)	0,9741	Se ajusta
M0449	Sancán	0,9611	Se ajusta
M0451	El Anegado	0,9181	Se ajusta
M0452	Zapote	0,4599	No se ajusta
M0453	Chorrillos	0,9731	Se ajusta
M0455	Joa-Jipijapa	0,9271	Se ajusta
M0457	Puerto Cayo	0,9769	Se ajusta
M0458	Colimes De Paján	0,9828	Se ajusta
M0459	San Pablo-Manabí	0,8851	Se ajusta
M0462	Junín	0,8806	Se ajusta
M0465	Ventanas Inamhi	0,9174	Se ajusta
M0466	Vinces	0,9812	Se ajusta
M0470	Mocache	0,8825	Se ajusta
M0475	Colimes De Balzar Inamhi	0,8831	Se ajusta
M0476	La Capilla Inamhi	0,9619	Se ajusta
M0619	Manglaralto	0,9716	Se ajusta

CÓDIGO	ESTACIÓN	R ²	OBSERVACIÓN
M0780	Colonche	0,9681	Se ajusta
M0782	Barcelona	0,9500	Se ajusta
M0783	Salanguillo	0,9677	Se ajusta
MA2U	Ingenio Aztra (La Troncal)	0,9771	Se ajusta
MA2V	Guayaquil-Radio Sonda	0,9608	Se ajusta

De acuerdo con la Tabla 6, la prueba del Coeficiente de Determinación no valida la distribución de Gumbel Tipo I para las estaciones M0169 y M0452 (no son recomendables coeficientes por debajo de 0.70). En el resto de las estaciones, el R² adopta valores superiores a 0,88 y esto indica que la distribución de frecuencias se ajusta bastante bien.

Debido a los resultados de las pruebas de bondad de ajuste, se ha decidido excluir las estaciones M0169 y M0452 en el proceso de zonificación de las curvas de intensidad, duración y frecuencia.

La Tabla 7 evidencia los parámetros k , m y n obtenidos para las 40 estaciones que se ajustan a la distribución de Gumbel.

Tabla 7

Parámetros k , m y n de cada estación

CÓDIGO	ESTACIÓN	k	m	n
M0005	Portoviejo-UTM	250,41432	0,23388	0,61639
M0006	Pichilingue	526,24709	0,14694	0,61639
M0025	La Concordia	597,87694	0,12491	0,61639
M0026	Puerto Ila	521,54441	0,16444	0,61639
M0037	Milagro (Ingenio Valdez)	477,65757	0,15019	0,61639
M0051	Babahoyo-UTB	500,72551	0,12267	0,61639
M0124	San Juan La Maná	527,05666	0,17164	0,61639
M0160	El Carmen	575,38210	0,12512	0,61639
M0162	Chone	348,88120	0,19441	0,61639
M0165	Rocafuerte	230,75436	0,23136	0,61639
M0166	Olmedo-Manabí	418,79630	0,15533	0,61639
M0167	Jama	306,07010	0,23745	0,61639
M0171	Camposano #2	353,85239	0,15270	0,61639
M0172	Pueblo Viejo	490,09762	0,16927	0,61639

CÓDIGO	ESTACIÓN	<i>k</i>	<i>m</i>	<i>n</i>
M0174	Ancón	323,46180	0,30109	0,61639
M0175	El Progreso-Guayas	318,97427	0,24590	0,61639
M0176	Naranjal	82,04625	0,18295	0,61639
M0218	Ingenio San Carlos	511,48366	0,22009	0,61639
M0245	El Suspiro	233,35813	0,23820	0,61639
M0348	Santa Anita	363,76729	0,24908	0,61639
M0447	24 de Mayo (Jaboncillo)	311,65384	0,15800	0,61639
M0449	Sancán	217,92065	0,21445	0,61639
M0451	El Anegado	167,98535	0,23676	0,61639
M0453	Chorrillos	266,72981	0,22832	0,61639
M0455	Joa - Jipijapa	204,73164	0,27159	0,61639
M0457	Puerto Cayo	248,86706	0,25505	0,61639
M0458	Colimes De Paján	282,26509	0,15051	0,61639
M0459	San Pablo - Manabí	306,66816	0,15927	0,61639
M0462	Junín	375,09095	0,18388	0,61639
M0465	Ventanas INAMHI	498,41080	0,12316	0,61639
M0466	Vinces	466,83273	0,15816	0,61639
M0470	Mocache	527,12280	0,20797	0,61639
M0475	Colimes de Balzar INAMHI	475,01339	0,19372	0,61639
M0476	La Capilla INAMHI	411,34195	0,16973	0,61639
M0619	Manglaralto	238,75830	0,28517	0,61639
M0780	Colonche	224,84364	0,25476	0,61639
M0782	Barcelona	193,56532	0,27035	0,61639
M0783	Salanguillo	166,81343	0,25930	0,61639
MA2U	Ingenio Aztra (La Troncal)	446,00366	0,18957	0,61639
MA2V	Guayaquil-Radio Sonda	472,74519	0,20514	0,61639

Los resultados de la zonificación de los parámetros de las ecuaciones para las curvas de intensidad, duración y frecuencia (IDF) en las provincias de Santa Elena y Manabí, mediante los métodos de interpolación de Distancia Inversa Ponderada (IDW) y Kriging Ordinario (KO), se muestran en la Figura 5 y Figura 6, respectivamente.

Figura 5

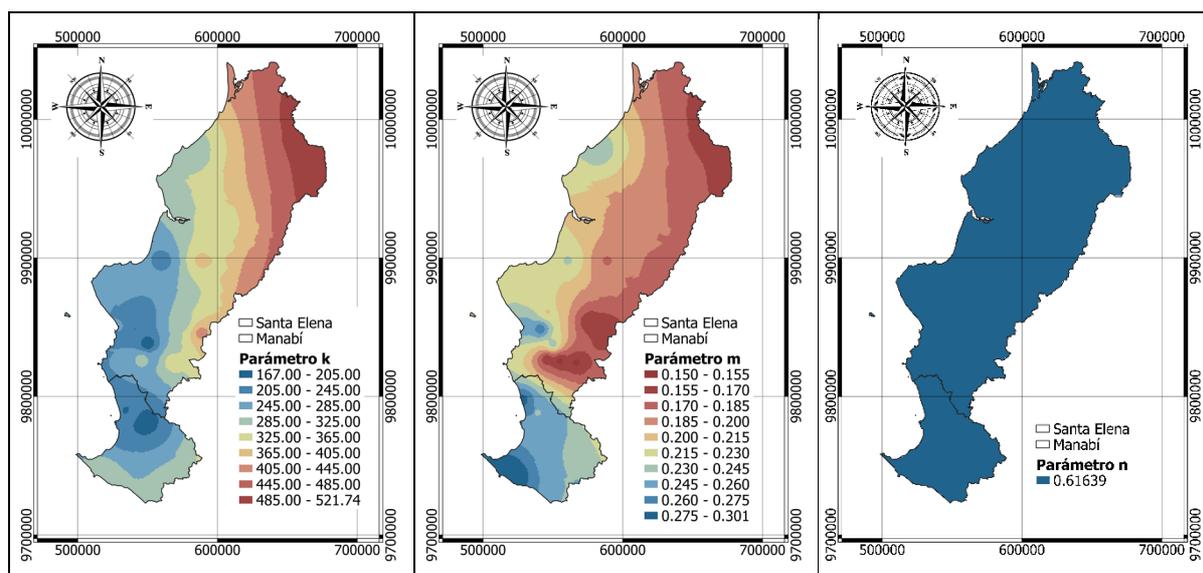
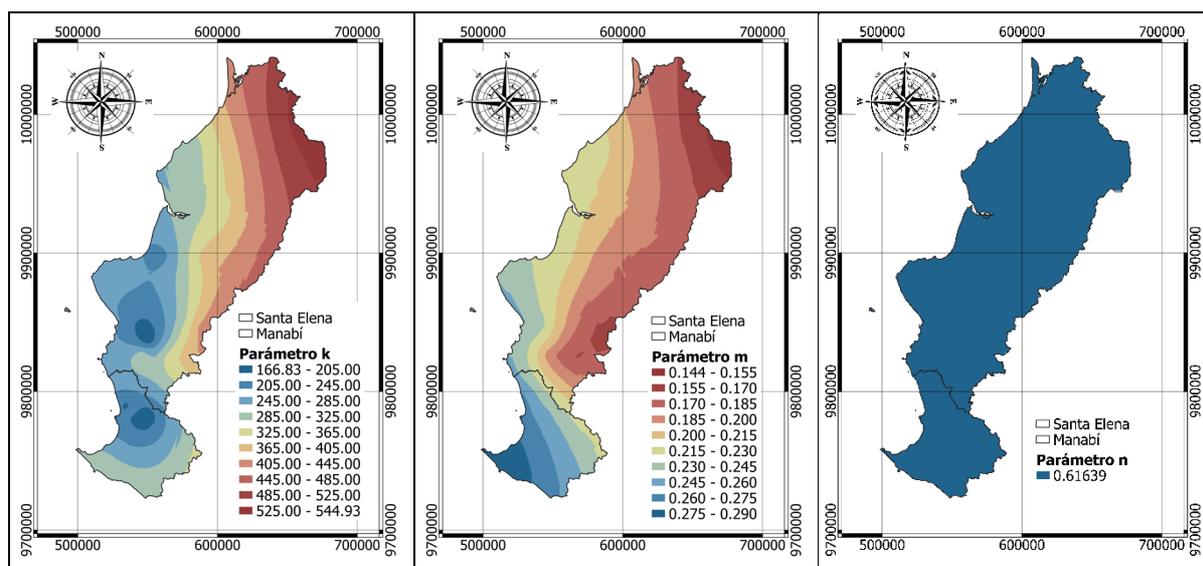
Regionalización de k, m y n . Método IDW

Figura 6

Regionalización de k, m y n . Método KO

En la Figura 5 y Figura 6 se puede apreciar que el valor de k tiene una tendencia creciente en dirección Suroeste – Noreste, mientras que para m es todo lo contrario; es decir, tiene una tendencia creciente en dirección Noreste – Suroeste. De los dos términos mencionados, el parámetro k es el que mayor influencia tiene en la determinación de las intensidades de lluvia; entonces, es evidente que, en el Norte de la zona estudiada, se presentan las mayores intensidades.

Comparando los métodos IDW (Figura 5) y KO (Figura 6) se deduce que, el primer método de análisis espacial empleado, tiene mayor presencia de picos locales, lo que significa que la interpolación por Kriging Ordinario distribuye de una mejor manera los datos analizados. En términos de homogeneidad y regularidad, la manera en que el método de

Distancia Inversa Ponderada concentra algunos valores, lo convierte en el menos adecuado para la regionalización de las curvas IDF en las provincias de Santa Elena y Manabí.

Según lo evidenciado en la Tabla 7, el valor de n es constante (0,61639), esto indica que sin importar el método que se aplique para su regionalización, el resultado será un mapa cuya magnitud no difiere en toda su extensión, como se aprecia en la Figura 5 y Figura 6. Por este motivo, en la determinación de errores para los métodos IDW y KO, solo se hace referencia a los parámetros k y m . Estos errores son en relación con los valores de la Tabla 8 y se muestran en la Tabla 9 y Tabla 10.

Tabla 8

Parámetros k y m Obtenidos por Regresión Lineal Múltiple para Estaciones de Prueba

CÓDIGO	ESTACIÓN	k	m
M0005	Portoviejo-UTM	250,41432	0,23388
M0780	Colonche	224,84364	0,25476

Tabla 9

Parámetros k y m Obtenidos por IDW para Estaciones de Prueba con Respectivos Errores.

CÓDIGO	ESTACIÓN	k	ERROR (%)	m	ERROR (%)
M0005	Portoviejo-UTM	257,997	3,03 %	0,2181	6,76 %
M0780	Colonche	214,082	4,79 %	0,2542	0,24 %

Tabla 10

Parámetros k y m Obtenidos por KO para Estaciones de Prueba con Respectivos Errores.

CÓDIGO	ESTACIÓN	k	ERROR (%)	m	ERROR (%)
M0005	Portoviejo-UTM	251,981	0,63 %	0,2132	8,85 %
M0780	Colonche	211,512	5,93 %	0,2616	2,67 %

Ambos métodos de interpolación presentan errores menores al 10%, por lo que, son completamente válidos. Como se ha indicado en la comparación gráfica, debido a criterios de regularidad y homogeneidad, el método de Kriging Ordinario ha sido considerado como el más apropiado para representar una zonificación de las curvas IDF en las provincias de Santa Elena y Manabí.

Los mapas generados, aplicando Kriging Ordinario para la regionalización de los parámetros de las ecuaciones de las curvas de intensidad-duración-frecuencia en las provincias de Santa Elena y Manabí, han sido publicados como una aplicación web creada en ArcGIS Online. Esta aplicación permite visualizar las capas del mapa a través de un navegador web, accediendo desde el siguiente enlace: <https://arcg.is/1CCKe00>. La aplicación, dentro de sus opciones, pone a disposición otro enlace que permite el acceso remoto desde QGIS a cada una de las capas que pertenecen a los mapas mencionados. Las capas se pueden agregar como servicio de imágenes (WMS) o como capas ráster (WCS) añadiendo tal enlace.

Conclusiones

Los métodos de análisis espacial de Distancia Inversa Ponderada y Kriging Ordinario son válidos para generar un modelo de regionalización que represente la variación de los parámetros de las curvas de intensidad, duración y frecuencia (IDF). Ambos presentan un error inferior al 10% en la determinación de tales parámetros, si se los compara a los obtenidos mediante regresión lineal múltiple en estaciones excluidas en las respectivas interpolaciones. Se evidencia que el método de Kriging Ordinario se adapta mejor a la distribución de los datos, dado que no genera picos locales como la Distancia Inversa Ponderada, por ende, el mapa publicado en ArcGIS online se desarrolló a partir de Kriging Ordinario. Este mapa permite leer los parámetros k , m y n de las ecuaciones para las curvas IDF en cualquier sitio dentro de las provincias de Santa Elena y Manabí. Para acceder al mapa web se debe visitar el siguiente enlace: <https://arcg.is/1CCKe00>, entre sus opciones ofrece un vínculo para integrar el servicio WMS/WCS en softwares SIG de escritorio como QGIS.

Referencias

- Acosta, P. y Caro, C. (2016). *Regionalización De Parámetros Hidrológicos. Aplicación para Intensidad Media de Precipitación*. V Congreso Internacional de Ingeniería Civil, 56–62.
<http://revistas.ustatunja.edu.co/index.php/lingenieux/article/view/1366>
- Aparicio, F. (1992). *Fundamentos de Hidrología de superficie*. Limusa.
- Bernard, M. (1932). *Formulas For Rainfall Intensities of Long Duration*. American Society of Civil Engineers.
<https://doi.org/10.1061/TACEAT.0004323>
- Campos, D. (1998). *Procesos del ciclo hidrológico*. Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
<https://repositorioinstitucional.uaslp.mx/xmlui/handle/i/3331>
- Canavos, G. (1994). *Probabilidad y Estadística - Aplicaciones y Métodos*. McGraw-Hill Companies.
- Carrera, D., Guevara, P., Tamayo, L., Balarezo, A., Narváez, C. y Morocho, D. (2016). *Relleno de series anuales de datos meteorológicos mediante métodos estadísticos en la zona costera e interandina del Ecuador, y cálculo de la precipitación media* (Vol. 34).
<http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/14601/1/Relleno%20de%20series%20anuales%20de%20datos%20meteorol%C3%B3gicos%20mediante.pdf>
- Chereque, W. (1989). *Hidrología para estudiantes de ingeniería civil* (2a ed.). PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU. <http://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/28689>
- Chow, V., Maidment, D., y Mays, L. (1994). *Hidrología Aplicada* (1a ed.). McGraw Hill Interamericana S A.
- Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO). (2017). *Regionalización*.
<http://www.conabio.gob.mx/conocimiento/regionalizacion/doctos/regionalizacion.html#:~:text=La%20regionalizaci%C3%B3n%20implica%20la%20divisi%C3%B3n%20de%20un%20territorio,conocimiento%20de%20los%20recursos%20para%20su%20manejo%20adecuado>
- Cressie, N. (1991). *Statistics for spatial data*. John Wiley & Sons INC. <https://www.wiley.com/en-us/Statistics+for+Spatial+Data%2C+Revised+Edition-p-9781119115175>
- Gumbel, E. (1958). *Statistics of Extremes*. Columbia University Press.
- Hershfield, D. (1961). *Rainfall Frequency Atlas of the United States, for Durations from 30 Minutes to 24 Hours and Return Periods from 1 to 100 Years*. U.S. Weather Bureau Technical Paper No. 40, May 1961, 61. https://reduceflooding.com/wp-content/uploads/2018/09/TechnicalPaper_No40.pdf
- Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología (INAMHI). (2008). *Estudio Hidrológico de Inundaciones en la Cuenca Alta de Chone*. <https://issuu.com/inamhi/docs/chone>

- Johnson, R., Miller, I. y Freund, J. (2012). *Probabilidad y estadística para ingenieros* (8a ed.). Pearson Educación de México.
- Open Geospatial Consortium (OGC). (2022a). *About OGC. Vision and Mission*. <https://www.ogc.org/about>
- Open Geospatial Consortium (OGC). (2022b). *Standards. Web Map Service*. <https://www.ogc.org/standards/wms>
- Open Geospatial Consortium (OGC). (2022c). *Standards. Web Coverage Service*. <https://www.ogc.org/standards/wcs>
- Pizarro, M. y Novoa, O. (1986). *Elementos técnicos de hidrología*. https://issuu.com/patricionovoa9/docs/elementos_t_cnicos_de_hidrolog_a
- Schöner, W. y Tveito, O. (2002). *Applications of spatial interpolation of climatological and meteorological elements by the use of geographical information systems (GIS)*. Meteorologisk institutt. <https://www.met.no/publikasjoner/met-report/met-report-2002>
- Shepard, D. (1968). *Two- dimensional interpolation function for irregularly- spaced data*. Proc. of 23rd ACM National Conference, 517–524. <https://doi.org/10.1145/800186.810616>
- Varas, E. y Bois, P. (1998). *Hidrología Probabilística*. Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Wackernagel, H. (2003). *Multivariate Geostatistics* (3a ed.). Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-05294-5>