

Optimización por Enjambre de Partículas Cuánticas para la Reducción de Pérdidas Eléctricas

^aPeter Iza Toapanta, ^bManuel Alvarez, ^bAlvarado, Fernando Vaca Urbano

^aEscuela Superior Politécnica del Litoral

Guayaquil, Ecuador

piza@espol.edu.ec

^bInstituto de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

manuel.alvarez.alvarado@ieee.org, fvaca@ieee.org

Resumen. Este artículo presenta un diseño innovador para el dimensionamiento y ubicación de capacitores en un sistema de potencia cuyo objetivo es mejorar sus aspectos técnicos y económicos basados en un criterio de reducción de pérdidas eléctricas. Empleando conceptos de mecánica cuántica, se propone la aplicación de un algoritmo Optimización por Enjambres de Partículas Cuánticas (OEPC) con la finalidad de determinar la solución óptima que reducen a un mínimo las pérdidas eléctricas. Los resultados revelan que el enfoque es viable y que la optimización resulta ser rápida y robusta en comparación a la clásica Optimización por Enjambres de Partículas (OEP).

Palabras clave. Capacitor, Flujo de Potencia, Pérdidas Eléctricas, Optimización por Enjambre de Partículas Cuánticas, Sistemas de Potencia.

I. INTRODUCCIÓN

Con el pasar del tiempo, la población, la industria y otros sectores crecen, y con ello la necesidad de satisfacer la demanda eléctrica [1]. Lo cual conlleva muchas veces a aumentar la capacidad de generación de electricidad, así como la construcción de nuevas líneas de transporte y distribución de electricidad hacia los usuarios. La instalación de nuevos generadores convencionales en el sistema eléctrico puede ser una solución, sin embargo al hacer esto, se producen cambios en la topología del sistema; esto muchas veces ocasiona que se requiera de un mayor control para la regulación de la magnitud voltaje y por ende se produce un incremento de pérdidas eléctricas.

La reducción de pérdidas eléctricas se ha venido tratando desde la década de los cincuenta como se reporta en [2]. Desde entonces la medida que se ha tomado frente a este asunto es la utilización de capacitores. No obstante, se produce un inconveniente, esto es determinar eficientemente la capacidad total del banco de capacitores, así como su ubicación en el sistema eléctrico. Por ejemplo, si su capacidad de inyectar potencia reactiva es excesivamente grande, puede causar un sobre voltaje en las barras de alimentación lo que implica un incremento en las pérdidas eléctricas; y por el contrario si su capacidad es muy pequeña puede ocurrir que su instalación no produzca un efecto significativo para la reducción de pérdidas. La ubicación del banco de capacitores en el sistema de potencia es un tema de mayor complejidad, dado que esto involucra la utilización de métodos iterativos para su evaluación.

Basado en el estudio de Chang [3, 4] se ha determinado que la ubicación óptima para la instalación de capacitores es a un tercio de la línea, sin embargo el estudio está limitado

a sistemas eléctricos de distribución radiales. En la última década, se han realizado investigaciones que plantean el problema de reducción de pérdidas eléctricas como un problema de optimización tal como muestra [5-7]. A pesar de que estos estudios brindan una solución acertada, el tiempo de simulación y la robustez que estos emplean, resulta ser ineficaz cuando se trata con sistemas de transmisión y de gran escala.

El uso imperativo de nuevas metodologías para determinar la ubicación de los centros de generación de potencia reactiva es de relevancia dado que la reducción de pérdidas eléctricas conlleva beneficios económicos. Este documento presenta un diseño innovador para el dimensionamiento y ubicación de capacitores en un sistema eléctrico de transmisión compuesto por 24 barras. Esto se logra mediante el empleo del algoritmo denominado Optimización por Enjambres de Partículas Cuánticas (OEPC).

El presente artículo se divide en las siguientes secciones. La sección II proporciona el modelo matemático de los componentes de un sistema de potencia. La sección III detalla la formulación del problema en la que se describe el método para correr un flujo de potencia. La función objetivo y las restricciones para la optimización también son dadas. La sección IV ofrece una descripción de la metodología propuesta, que optimiza la ubicación y el dimensionamiento para los capacitores mediante el uso del OEPC. En la sección V se presenta un caso de estudio que involucra un sistema de 24 barras. Seguido, en la sección VI se muestran los resultados obtenidos. Finalmente, en la sección VII se presentan las conclusiones.

II. MODELO MATEMÁTICO

Los elementos principales que conforman los sistemas de potencia son los centros de generación, centros de transformación, líneas o conductores eléctricos (las cuales llamaremos ramificaciones) y cargas eléctricas. En esta sección se presenta el modelo de cada uno de estos componentes. Es de interés conocer que el término “barra” hace referencia a un punto de conexión o también llamado nodo.

A. Generador

Un generador es modelado como una fuente de potencia compleja en una barra específica. Para el generador u , su representación es:

$$S_{Gu} = P_{Gu} + jQ_{Gu} \quad (1)$$

donde P_G y Q_G representa la potencia activa y reactiva generada, respectivamente.

B. Carga eléctrica o demanda

Las cargas se modelan como una cantidad específica de potencia real y reactiva consumida en la barra. Para la barra i , la carga se representa como:

$$S_{Li} = P_{Li} + jQ_{Li} \quad (2)$$

donde P_L y Q_L representa la potencia activa y reactiva demandada, respectivamente.

C. Ramificación

Todas las líneas y transformadores se modelan con un modelo de ramificación común, se utiliza un modelo de línea estándar tipo π , que consta de una impedancia en serie $z_s = r_s + jx_s$ y una susceptancia de carga total b_c , en serie con un transformador

de desfase ideal. El transformador, presenta una relación de transformación compleja con magnitud τ y ángulo de cambio de fase θ_{shift} , está situado en el extremo del modelo de la línea, como se muestra en la figura 1.

De esta forma se denomina a la admitancia en serie como $y_{ft} = 1/z_s$. Se puede escribir la matriz de admitancia de la ramificación como [8]:

$$[Y_{ft}] = \begin{bmatrix} (y_s + jb_c/2)1/\tau^2 & -y_s/(\tau e^{-j\theta_s}) \\ -y_s/(\tau e^{-j\theta_s}) & y_s + jb_c/2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

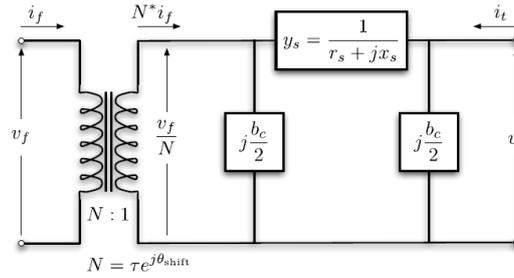


Fig. 1 Modelo de una ramificación [8]

D. Capacitores

El sistema de capacitores es un elemento que no pertenece estrictamente a un sistema de potencia, sin embargo se utilizan para la regulación de la magnitud de voltaje en las barras del sistema. El modelo matemático se lo ha representado como una impedancia fija conectado a la barra y a tierra, es decir:

$$y_c = g_c + jb_c \quad (4)$$

donde g_c y b_c representa la potencia conductancia y susceptancia, respetivamente.

III. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El objetivo de esta investigación es minimizar las pérdidas eléctricas. Para ello se formulan las siguientes ecuaciones dentro de lo que se conoce como flujo de potencia.

A. Flujo de Potencia

“El problema del flujo de potencia es el cálculo de la magnitud de voltaje y el ángulo de fase en cada barra en un sistema de potencia bajo condiciones balanceadas trifásicas de estado estacionario” [9]. A cada barra se asocian cuatro variables, estas son: magnitud de voltaje, ángulo de fase, inyección de potencia activa e inyección de potencia reactiva. Una vez que se conoce el diagrama único del sistema de potencia, dos de estas variables son valores conocidos y los restantes son valores desconocidos en cada barra. Dependiendo de estos valores, cada barra tiene la siguiente denominación:

- Barra slack: se conoce el valor de magnitud de voltaje y ángulo de fase.
- Barra de carga: se conocen los valores de inyección de potencia activa y reactiva.

• Barra de control: se conocen los valores de magnitud de voltaje y de inyección de potencia activa.

Las potencias activa y reactiva en la barra i son obtenidas mediante la siguiente formulación [9]:

$$P_i = V_i \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n \cos(\delta_i - \delta_n - \theta_{in}) = f_1(X) \quad (5)$$

$$Q_i = V_i \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n \sin(\delta_i - \delta_n - \theta_{in}) = f_2(X) \quad (6)$$

Y_{in} y δ_{in} representan el valor absoluto y el valor de fase del elemento dentro de la matriz admitancia Y , respectivamente, y N es el número total de buses en la red. La variable X representa el vector que contiene la magnitud y fase de voltaje desconocidas en las barras, es decir:

$$X = [V_1 \ V_2 \ \dots \ V_N \ \delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_N]^T \quad (7)$$

Como se observa la solución del flujo de potencia conlleva la resolución de un sistema no lineal por lo que se requiere la utilización de métodos iterativos. En este documento se emplea el método Newton-Raphson debido a su rápida convergencia [9]. Para ello, es necesario las aproximaciones lineales de las ecuaciones no lineales (5) y (6). Este procedimiento se puede hacer usando la expansión en serie de Taylor a $f_1(X)$ y $f_2(X)$ alrededor de un punto inicial X_0 , y despreciando los términos de segundo orden en adelante. Como resultado, se obtiene la siguiente ecuación iterativa:

$$X(k+1) = X(k) + J^{-1}(k) \{W - f[X(k)]\} \quad (8)$$

donde $X(k+1)$ representa el nuevo estado a la iteración $k+1$, $X(k)$ representa el estado en la iteración k , W representa los valores conocidos de P y Q , y $f[X(k)]$ representa las funciones P y Q evaluado en $X(k)$. La diferencia entre W y $f[X(k)]$ se denomina desajuste de potencia ΔW , el cual representa los desajustes de potencia ΔP y ΔQ . La matriz J es la matriz jacobiana, cuyos elementos son las derivadas parciales de $f(X)$ con respecto a X .

B. Optimización

Una vez que los valores de magnitud y ángulo de voltaje son determinados en cada una de las barras del sistema eléctrico, es posible determinar las corrientes (I) que fluyen a través del conductor usando leyes de Kirchhoff. Luego, las pérdidas eléctricas que se producen por efecto joule en las líneas son calculadas mediante:

$$L_{in} = I_{in}^2 r_{in} \quad (9)$$

El objetivo de este estudio es minimizar las L_{in} y se propone la instalación de capacitores en el sistema de potencia. Los capacitores inyectan potencia reactiva y el efecto que se produce en el sistema es un aumento en la tensión en las barras de alimentación lo que

implica una disminución en la magnitud de corriente por el conductor, esto da lugar a una reducción en las pérdidas eléctricas, dada la relación que se tiene entre L e I como se muestra en (9). En este punto, la importancia de este tema radica en que las pérdidas eléctricas representan ahorros económicos definidos por la siguiente ecuación:

$$\text{Ahorro} = K_E T \sum_{b=1}^o P_{\text{losses}_b} - K_C Q_C \quad (10)$$

donde K_E representa el precio por kWh, K_C representa el precio por kVAr del capacitor, Q_C representa la capacidad de potencia reactiva del capacitor, T es el tiempo de simulación, y o representa el número de ramificaciones en el sistema. Con la finalidad de reducir a un mínimo las pérdidas eléctricas y así maximizar los ahorros. El problema de optimización se puede definir como:

$$\min(L_{in}) \quad (11)$$

Sujeto a:

$$\sum_{a=1}^u P_{G_a} - \sum_{b=1}^o P_{\text{losses}_b} = \sum_{i=1}^N P_{L_i} \quad (12)$$

$$\sum_{a=1}^u Q_{G_a} + \sum_{c=1}^c Q_c - \sum_{b=1}^o Q_{\text{losses}_b} = \sum_{i=1}^N Q_{L_i} \quad (13)$$

$$0 \leq Q_c \leq Q_{\max} \quad (14)$$

$$V_{\min} \leq |V_i| \leq V_{\max} \quad (15)$$

$$0 \leq d \leq m \quad (16)$$

Las restricciones mostradas en (12) y (13) indican que la potencia (real o reactiva) soportada por la generación debe satisfacer la carga y las pérdidas de potencia eléctrica. Por otra parte, la potencia reactiva producida por un capacitor instalado está limitada por (13), ya que tiene una potencia mínima y máxima definida. La restricción dada en (15) proporciona una regulación de voltaje para cada barra. Finalmente, se emplea la restricción (16) para controlar que el número de capacitores instalados. Tenga en cuenta que sólo se permite instalar un capacitor por barra.

IV. METODOLOGÍA

El problema de optimización actual no puede resolverse empleando métodos matemáticos básicos o algoritmos de optimización exactos debido al análisis de flujo de potencia que se basa en un proceso iterativo. Como resultado, se aplicará un algoritmo de optimización meta-heurística. Independientemente del hecho de que estos métodos no pueden asegurar obtener una solución global, estos son capaces de proporcionar una solución suficientemente cercana a esta. En esta sección se describe el algoritmo denominado Optimización por Enjambre de Partículas Cuánticas (OEPC) la cual se define como una técnica computacional evolutiva que, a diferencia del OEP, no emplea el concepto de velocidad para obtener la solución óptima. En su lugar, asocia una función de onda $\psi(x, t)$ a cada partícula, que representa la información comprimida sobre la

misma y esta depende del campo potencial en el que se encuentra la partícula. El escenario de la partícula es un pozo cuántico.

El término partícula hace referencia a conjunto de posibles soluciones para función objetivo. Cada partícula tiene una memoria de su propia mejor posición denotada por $D_i(k)$. Sin embargo, esta no es la única partícula ya que hay un número total de partículas SS que es mayor a uno, por lo que debe haber una solución de todo el enjambre, llamado mejor global $G_i(k)$. La partícula en el paso de búsqueda está inicialmente en la posición $x_i(k)$ y se moverá a una posición definida por el “atractor” local $p_i(k)$. Basado en un análisis de trayectoria los autores en [10] propusieron un “atractor” local siguiendo las coordenadas:

$$\begin{aligned} p_i(k) &= \varphi(k)D_i(k) + (1 - \varphi(k))G(k) \\ \varphi(k) &= \frac{c_1 r_1}{c_1 r_1 + c_2 r_2} \end{aligned} \quad (17)$$

donde r_1 y r_2 son números aleatorios uniformemente distribuidos entre $[0,1]$, c_1 y c_2 son los coeficientes de aceleración, tales que $0 \leq c_1, c_2 \leq 2$.

Puesto que, la partícula es tratada como una partícula cuántica, su posición puede ser estimada usando su función de onda independiente del tiempo. En la mecánica cuántica la función de densidad de probabilidad se define como:

$$Q(x) = |\psi(x)|^2 \quad (18)$$

Para una partícula en un pozo cuántico la función de densidad de probabilidad que la partícula tiene en la posición Δx_i relativa a $p_i(k)$ es [11]:

$$Q(\Delta x_i) = |\psi(\Delta x_i)|^2 = \frac{1}{L_i} e^{-2|\Delta x_i|/L_i} \quad (19)$$

La función de densidad de probabilidad dada es un número entre 0 y $1/L_i$. Por lo tanto:

$$|\psi(\Delta x_i)|^2 = \frac{1}{L_i} u_i; \quad u_i = rand(0,1) \quad (20)$$

Dado que las ecuaciones (19) y (20) son iguales, luego:

$$u = e^{-2|\Delta x_i|/L_i} \quad (21)$$

Resolviendo para Δx_i :

$$\Delta x_i = \pm \frac{L}{2} \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (22)$$

donde L es un parámetro de control definido por [11, 12]:

$$\frac{L}{2} = \alpha \left| x_i(k) - \frac{1}{SS} \sum D_i(k) \right| \quad (23)$$

Una representación comprensiva del modelo se da en la figura 2, de la cual:

$$\Delta x_i = \pm x_i(k+1) - p_i(k) \quad (24)$$

Reemplazando (22) y (23) en (24) y despejando $x_i(k+1)$:

$$x_i(k+1) = p_i(k) \pm \alpha \left| x_i(k) - \frac{1}{SS} \sum D_i(k) \right| \ln\left(\frac{1}{u}\right) \quad (25)$$

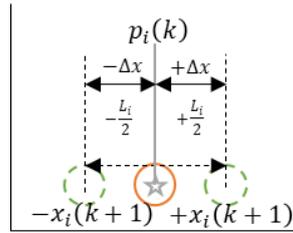


Fig. 2 Modelo del movimiento de una partícula en un pozo cuántico

La posición de la partícula se la considera en un estado múltiple y no es posible determinar la posición actualizada hasta que una observación ocurra. Dado que la posición de la partícula es, en cada paso, la probabilidad de que la partícula puede aparecer en la zona. La probabilidad para cada estado es 0.5 determinada por la observación [11]. Luego, (25) puede ser escrita como:

$$x_i(k+1) = \begin{cases} p_i(k) + \alpha \left| x_i(k) - \frac{1}{n} \sum D_i(k) \right| \ln\left(\frac{1}{u}\right), & \text{if } Obs \geq 0.5 \\ p_i(k) - \alpha \left| x_i(k) - \frac{1}{n} \sum D_i(k) \right| \ln\left(\frac{1}{u}\right), & \text{if } Obs < 0.5 \end{cases} \quad (26)$$

Para lograr el objetivo planteado en este trabajo de investigación se plantea el siguiente pseudocódigo.

ALGORITMO: SEUDOCÓDIGO EMPLEADO

1. **For** $i = 1$ a (SS)
2. definir de manera aleatoria $x_i(0)$;
3. $D_i(0) = x_i(0)$;
4. Aplicar flujo de potencia $\rightarrow O(x_i(0))$;
5. **Endfor**
6. $\min O(x_i(0)) \rightarrow g$;
7. **For** $k = 1$ hasta máximo número de iteraciones (It)
8. **For** $i = 1$ a SS
9. calcular $p_i(k)$ con (17) ;
10. actualizar $x_i(k)$ with (26) ;
11. Aplicar flujo de potencia $\rightarrow O(x_i(k))$;
12. **If** $O(x_i(k)) < O(D_i(k))$
13. $D_i(k) = x_i(k)$;

```

14.           If  $\min O(x_i(k)) \rightarrow g' < g$ 
15.                  $g = g'$ 
16.           Endif
17.       Endif
18.   Endfor
19. Endfor

```

V. CASO DE ESTUDIO

Con el fin de mostrar la eficacia del algoritmo propuesto considerando las formulaciones matemáticas dadas en este trabajo de investigación, se presenta el siguiente caso de estudio. El estudio incorporó el sistema de prueba IEEE 24 barras (RTS) [13]. Se evalúan dos escenarios: 1. No se instalan capacitores; 2. Los capacitores son instalados. Para simplificar el análisis, se ha asumido condiciones de carga equilibrada cuyo valor permanecerá constante durante el tiempo de estudio el cual es de un año. Se asumirá un valor de $K_E = 0.03 \text{ \$/kWh}$ y $K_C = 4 \text{ \$/kVAr}$.

VI. RESULTADOS

A. Caso1: No hay capacitores instalados en el sistema

Este caso sirve como caso base para poder observar el efecto de la instalación de los capacitores sobre la reducción de pérdidas eléctricas. Para este caso específico se tiene un total de pérdidas eléctricas de 448914.96 MW por año.

B. Caso2: Con capacitores instalados en el sistema

Los ahorros en este escenario se obtienen mediante la instalación de capacitores. Su dimensionamiento y ubicación óptima se presenta en la figura 3. Las pérdidas eléctricas para este caso fueron de 448915.23 MW. La reducción de pérdidas eléctricas se obtiene de la diferencia entre las pérdidas eléctricas del caso 1 con el presente caso. De esta manera los ahorros obtenidos fueron de $\$ 7643.20$ durante el primer año.

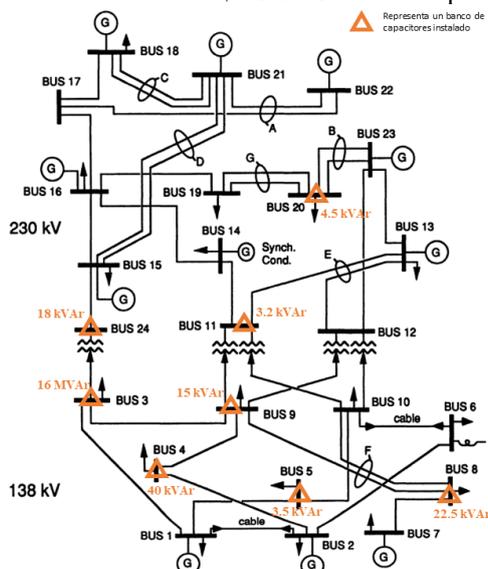


Fig. 3. Ubicación y dimensionamiento óptimo de banco de capacitores instalados en el sistema IEEE 24 barras (RTS)

TABLA I: TABLA COMPARATIVA DE CASOS

Caso	Pérdidas eléctricas anuales [MW]	Reducción Pérdidas eléctricas anuales [kW]	Ahorros anuales [\$]
1	448914.960	0	0
2	448914.686	274	7643.20

C. Análisis computacional

Los resultados se obtuvieron a través del algoritmo propuesto, que se ejecutó utilizando un ordenador con una RAM de 8,00 GB y procesador Intel Core i7-6700 de 3,40 GHz. El mismo problema de optimización fue abordado usando OEP y OEPC. La convergencia y tiempos de simulación se presentan en la figura 4 y tabla II respectivamente.

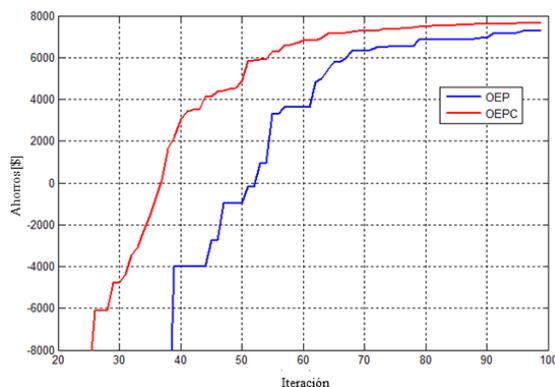


Fig. 4. Convergencia de los algoritmos empleados

TABLA II: ROBUSTEZ DE LOS ALGORITMOS EMPLEADOS

	OEP	OEPC
Tiempo [s]	188.98	195.01
Iteración a la que converge	>100	Entre 90 y100

VII. CONCLUSIONES

Basado en los resultados obtenidos se concluye que la reducción de pérdidas eléctricas se obtiene mediante la instalación de capacitores en un sistema de potencia. Sin embargo su dimensionamiento y ubicación deben ser óptimos a fin de alcanzar la mayor cantidad de beneficio económico. En esta investigación se utilizó el OEPC que a pesar de que requiere un mayor tiempo de simulación en comparación con el OEP, este es capaz de realizar una convergencia más rápida y obtener un valor mayor de ahorro en menos iteraciones, demostrando así ser superior en cuanto a convergencia y eficacia.

REFERENCIAS

- [1] A. Caillé, M. Al-Moneef, F. B. de Castro, A. Bundgaard-Jensen, A. Fall, N. F. de Medeiros, et al., "2007 Survey of Energy Resources," 2007.
- [2] N. Neagle and D. Samson, "Loss Reduction from Capacitors Installed on Primary Feeders [includes discussion]," *Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 75, 1956.
- [3] N. Chang, "Locating shunt capacitors on primary feeder for voltage control and loss reduction," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 10, pp. 1574-1577, 1969.
- [4] N. Chang, "Generalized equations on loss reduction with shunt capacitor," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 5, pp. 2189-2195, 1972.
- [5] Y. M. Shuaib, M. S. Kalavathi, and C. C. A. Rajan, "Optimal capacitor placement in radial distribution system using gravitational search algorithm," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 64, pp. 384-397, 2015.
- [6] J. Vuletić and M. Todorovski, "Optimal capacitor placement in distorted distribution networks with different load models using Penalty Free Genetic Algorithm," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 78, pp. 174-182, 2016.
- [7] M. S. Javadi, A. E. Nezhad, P. Siano, M. Shafie-khah, and J. P. Catalão, "Shunt capacitor placement in radial distribution networks considering switching transients decision making approach," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 92, pp. 167-180, 2017.
- [8] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez, and D. Gan, "MATPOWER: A MATLAB power system simulation package," *Manual, Power Systems Engineering Research Center, Ithaca NY*, vol. 1, 1997.
- [9] J. D. Glover, M. S. Sarma, and T. Overbye, *Power System Analysis & Design, SI Version: Cengage Learning*, 2012.
- [10] M. Clerc and J. Kennedy, "The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space," *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, pp. 58-73, 2002.
- [11] J. Sun, B. Feng, and W. Xu, "Particle swarm optimization with particles having quantum behavior," in *Evolutionary Computation, 2004. CEC2004. Congress on*, 2004, pp. 325-331.
- [12] Z.-L. Yang, A. Wu, and H.-Q. Min, "An improved quantum-behaved particle swarm optimization algorithm with elitist breeding for unconstrained optimization," *Computational intelligence and neuroscience*, vol. 2015, p. 41, 2015.
- [13] C. Grigg, P. Wong, P. Albrecht, R. Allan, M. Bhavaraju, R. Billinton, et al., "The IEEE Reliability Test System-1996. A report prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, pp. 1010-1020, 1999.