

GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil

Fredy Barahona Avecilla^a, Olga Barrera Cárdenas^a, Byron Vaca Barahona^b, Blanca Hidalgo Ponce^b

^a Facultad de Ciencias Pecuarias, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Panamericana sur Km. 1.5, Riobamba, Ecuador
fbarahona@esPOCH.edu.ec, obarrera@esPOCH.edu.ec

^b Facultad de Informática y Electrónica, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Panamericana sur Km. 1.5, Riobamba, Ecuador bvacab@esPOCH.edu.ec, bhidalgo@esPOCH.edu.ec

Resumen. El aprendizaje de la matemática en los niveles iniciales, necesita de espacios de debate y colaboración para garantizar su asimilación. La investigación realiza un estudio de la influencia del uso de la herramienta de software GeoGebra en la enseñanza de la matemática en un curso específico de la carrera de Ingeniería en Industrias Pecuarias. Se realizó un estudio explicativo y de carácter cuantitativo para establecer relaciones causales que supongan una descripción y explicación del fenómeno relacionado con la utilización y la no utilización del software GeoGebra en el rendimiento académico de los estudiantes. Se desarrollaron contenidos académicos formativos sin el apoyo de la herramienta de software GeoGebra, se aplicó un test para el proceso de evaluación acumulativa. Posteriormente se desarrollaron contenidos académicos con el apoyo del software GeoGebra, se aplicó un test correspondiente examen principal y del examen de suspensión. Se evaluaron los resultados con el propósito de identificar la influencia del software GeoGebra en el rendimiento de los estudiantes. Los resultados de la investigación evidencian que el apoyo del software GeoGebra mejoran los niveles de aprendizaje de los estudiantes, al integrar posibilidades de desarrollar la colaboración constructivista de los estudiantes así como la generación espacios adecuados de retroalimentación.

Palabras Clave: GeoGebra, Aprendizaje, Matemática, Rendimiento, Estudiantes.

1 Introducción

Para Hohenwarter la tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas [1]. Los estudiantes pueden beneficiarse de diferentes formas de integración de la tecnología, nuevas oportunidades de aprendizaje se proporcionan en entornos tecnológicos, lo que podría proveer a los estudiantes de diferentes habilidades matemáticas y niveles de entendimiento en base a la visualización y exploración de objetos y conceptos matemáticos en entornos multimedia. Las tecnologías son herramientas que permiten a los maestros

revolucionar los modelos pedagógicos e incursionar en nuevos paradigmas que generen la anhelada formación de calidad. Este paradigma cambia el rol del profesor, motiva el uso eficiente y efectivo de las tecnologías asegurando y democratizando al acceso a información de calidad que es compartida a través de diferentes medios. Se motiva el debate a través de procesos de interacción mediados pedagógicamente, así como la colaboración y retroalimentación de conocimientos.

2 Enseñanza de matemáticas con GeoGebra

Los procesos de aprendizaje son más eficientes cuando integramos herramientas informáticas que faciliten a través de procesos visuales el análisis matemático garantizando la vinculación del aprendizaje adquirido con el aporte de las soluciones matemáticas a problemas de la sociedad. Este aspecto hace la diferencia entre la forma tradicional de enseñar matemáticas, que se basa en la resolución de un número determinado de ejercicios, que se rigen a procesos matemáticos repetitivos ya definidos que se encuentran descontextualizados de los reales problemas de la sociedad.

Es necesario resaltar que la inclusión de herramientas tecnológicas a los procesos formativos, inicia con la capacitación de los docentes, garantizando un desempeño eficiente y efectivo al mediar el proceso formativo con el uso de diferente tecnología [1]. La herramienta GeoGebra facilita procesos de abstracción para mostrar cómo se construye una relación entre un modelo geométrico y un modelo algebraico de una situación de la vida real, lo que permite encontrar soluciones no solo matemáticas sino además visuales que representan la solución de un determinado problema [2].

Por otra parte es importante, cuestionarnos la dificultad de los procesos de cálculo matemático, afirmando que hace falta integrar procesos de asimilación de conocimiento matemático basados en la conjunción de abstracciones geométricas y algebraicas que permitan garantizar la asimilación del aprendizaje y la generación de nuevos conceptos, situación que se garantiza a través del uso de GeoGebra [3]. Con los antecedentes presentados, se hace necesario entonces poder experimentar y determinar los beneficios de desarrollar el proceso de aprendizaje de matemáticas con el apoyo de la herramienta GeoGebra, evidenciando a través de los resultados de la investigación la influencia significativa a la hora de aprender matemáticas. [4]

Para Effandi y Lo [5] los resultados de su investigación determinaron que no solo los estudiantes encontraron aspectos motivacionales de aprendizaje a través de GeoGebra, los docentes también tienen percepciones positivas del uso de la herramienta sugiriendo que debe usarse como una alternativa válida en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A través de varios

experimentos de la integración de GeoGebra se demuestra que brinda posibilidades a los estudiantes en el desarrollo de la intuición a través de la visualización de los procesos matemáticos, permitiendo a los estudiantes explorar una variedad de tipos de funciones a través de conexiones entre las representaciones simbólicas y visuales. [6]

2.1 GeoGebra como herramienta para el trabajo colaborativo

Entre las características que presenta GeoGebra están [6]:

- Ofrece una interfaz fácil de usar, menús multilingües, comandos y ayuda.
- Alienta proyectos de estudiantes en matemáticas, múltiples presentaciones y aprendizaje por descubrimiento experimental y guiada
- Los estudiantes pueden personalizar sus propias creaciones a través de la adaptación de la interfaz (por ejemplo, tamaño de la fuente, el idioma, la calidad de los gráficos, color, coordenadas, grosor de línea, estilo de línea y otras características).

GeoGebra es una herramienta que motiva el trabajo colaborativo y constructivista basado en interacción entre los diferentes grupos de trabajo y el docente a través de procesos de inter aprendizaje [7]. GeoGebra ofrece herramientas para el aprendizaje de la geometría, álgebra y cálculo en un entorno de software completamente conectado, compacto y fácil de usar [6].

La investigación aprovecha las bondades de la herramienta GeoGebra, a través de los procesos de abstracción al desarrollo de objetos de aprendizaje relacionados a los contenidos de la asignatura de matemáticas como: función de variable real, definición intuitiva y formal de límite y su entorno, definición geométrica de la derivada, función creciente y decreciente, máximos y mínimos a través de los criterios de la primera y segunda derivada, cálculo de áreas, volúmenes, longitud de arco, centro de gravedad, momento de inercia.

GeoGebra fue creado para ayudar a los estudiantes a obtener una mejor comprensión de las matemáticas. Los estudiantes pueden manipular las variables fácilmente con sólo arrastrar objetos "libres" en todo el plano del dibujo, o utilizando controles deslizantes. Los estudiantes pueden generar cambios usando una técnica de la manipulación de objetos libres, y pueden aprender cómo se verán afectados los objetos dependientes. De esta manera, los estudiantes tienen la oportunidad de resolver los problemas mediante la investigación de las relaciones matemáticas de forma dinámica.

El aprendizaje cooperativo es el contexto adecuado para un curso de matemáticas. Para las actividades de docencia tradicionales deben ser sustituidas

por un aula interactiva que permita orientar las tareas. La función principal de la enseñanza no es dar una conferencia, explicar, o tratar de "transferencia" del conocimiento matemático, sino crear situaciones para los estudiantes que fomenten la toma de las construcciones mentales necesarias. En ese sentido, GeoGebra ofrece una buena oportunidad para el aprendizaje cooperativo o colaborativo, es decir, la resolución de problemas en grupos pequeños, o enseñanza interactiva a toda la clase o presentaciones individuales y grupales de los estudiantes.

La entrada de álgebra permite al usuario generar nuevos objetos o modificar los ya existentes, mediante la línea de comandos. Los archivos de hoja de cálculo pueden ser fácilmente publicados como páginas Web.

GeoGebra estimula a que los profesores utilicen y evalúen la tecnología en: la visualización de las matemáticas; investigaciones en matemáticas; clases de matemáticas interactivas en el sitio o en la distancia; matemáticas y sus aplicaciones.

2.2 Interfaz de la herramienta GeoGebra

GeoGebra en su interfaz presta una vista gráfica, algebraica y vista CAS (Cálculo simbólico), entre otras cosas, a su vez están complementadas con varias herramientas como son: desplazamiento, puntos, rectas, interacciones que fueron de interés para el presente estudio.

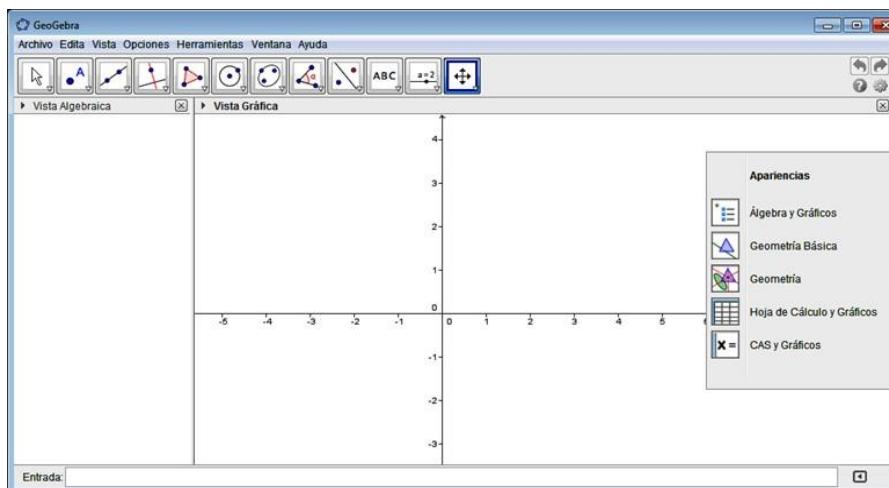


Fig. 1: Interfaz gráfica de la herramienta GeoGebra

Al combinar estas herramientas se puede construir el conocimiento a través de la elaboración de un algoritmo que se requiere que el estudiante comprenda, por ejemplo la definición de máximo local, como se muestra en la figura 2.

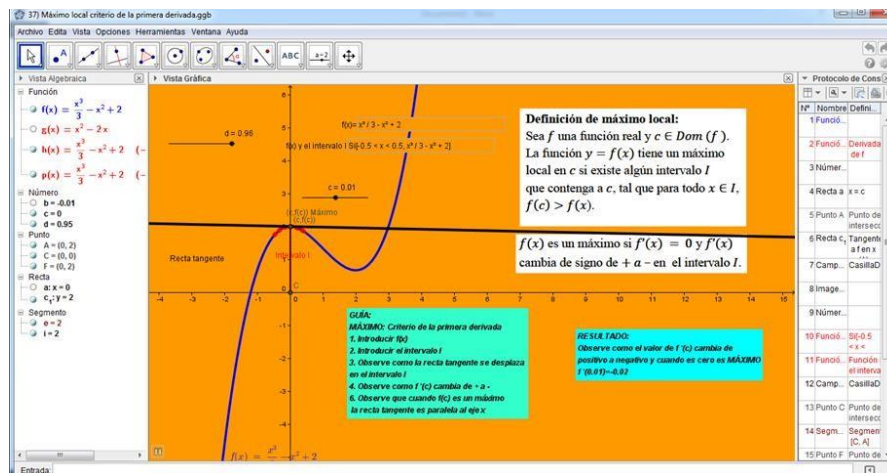


Fig. 2: Ejemplo de utilización en la construcción de un algoritmo en la herramienta GeoGebra

Observe que se ha implementado en la interfaz la definición, una guía y los resultados que varían en este caso de acuerdo al valor que va tomando la pendiente y como consecuencia la recta tangente asociada, es así que el estudiante puede darse cuenta que tenemos un máximo cuando esta línea tangente es paralela al eje x , es decir cuando la pendiente es cero. De la misma forma podemos aplicar en el cálculo del momento de inercia de una función, como se observa en la figura 2, una vez realizado el algoritmo el estudiante puede hallar fácilmente la función y cambiar los datos respecto a los límites inicial y final, de manera que le sirve como un medio de visualización y retroalimentación. De esta manera los algoritmos se pudieron implementar para todos los temas de la asignatura.

Las funciones de GeoGebra que se interrelacionan y permiten visualizar los conceptos matemáticos fueron las que más ayudaron para el aprendizaje de los estudiantes y son: de interacción en lo que se refiere a la utilización del deslizador que permite cambiar fácilmente valores iniciales y finales por ejemplo para el cálculo del área bajo la curva; así como la casilla de entrada que permite cambiar fácilmente una función y consecuente recalculando el algoritmo previamente elaborado.

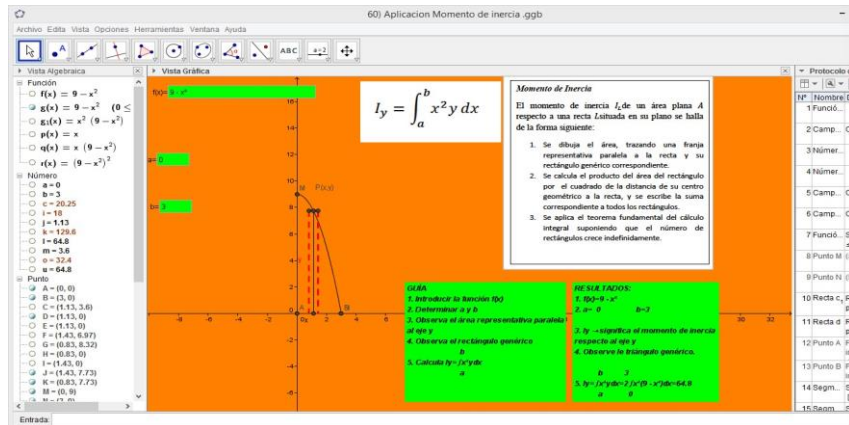


Fig. 3: Ejemplo de utilización de funciones en la herramienta GeoGebra

A través de este proceso de investigación se busca determinar cómo incide la utilización adecuada del software GeoGebra para el estudio de la asignatura Matemática II en el rendimiento académico de los estudiantes de la Escuela de Ingeniería en Industrias Pecuarias (EIIP) de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

3 Metodología de investigación

Para la investigación, la población está constituida por los estudiantes de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo; la muestra se establece a través de una selección intencionada no aleatoria de 41 estudiantes matriculados en la asignatura de Matemáticas II de la carrera de Industrias Pecuarias. La variable independiente está relacionada con el uso adecuado del software GeoGebra. La variable dependiente tiene relación con la incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes.

El proceso de evaluación durante el período académico contempla tres evaluaciones: evaluación acumulativa, un examen principal y un examen de suspensión.

En un primer momento, durante el desarrollo de la asignatura a través del método tradicional (sin el uso de GeoGebra) se promueve en los estudiantes el desarrollo de actividades individuales y grupales dirigidas por el docente, complementadas con tareas enfocadas a desarrollar varios ejercicios en casa por parte de los estudiantes. La temática desarrollada está relacionada con límites y continuidad, derivadas, integrales y aplicaciones.

La evaluación de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes en el desarrollo de la asignatura sin el uso del software GeoGebra, se lo realiza a través de la aplicación de tres test de selección múltiple de cuatro distractores.

En un segundo momento se diseña un curso de 40 horas para los 39 estudiantes que con las tres evaluaciones parciales no lograron reunir el puntaje de 25/40 que les permite aprobar directamente el semestre. Se diseñan y despliegan actividades pedagógicas con el mismo contenido de la asignatura en GeoGebra, una guía de uso y un cuadro de visualización de resultados para que el grupo de estudiantes pueda debatir y colaborar en el contexto de las actividades académicas para aprender los contenidos de matemáticas propuestos. Posterior al desarrollo de los contenidos usando GeoGebra, se aplica un test de opción múltiple de cuatro distractores en condiciones de complejidad y temática equivalentes a los aplicados en las evaluaciones acumulativas.

4 Análisis y presentación de resultados.

En la tabla 1 se presentan los resultados de la evaluación acumulativa, principal y de suspensión representando el rendimiento académico en porcentaje.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de la evaluación acumulativa, principal y de suspensión

		Acumulativa	Principal	Suspensión
N	Válidos	41	34	22
	Perdidos	0	7	19
Media		56,9688	70,0976	64,5455
Mediana		60,7100	66,6700	75,0000
Moda		67,86	58,33	40,00 ^a
Desv. tít.		19,96496	16,42751	21,09554
Varianza		398,600	269,863	445,022
Rango		89,29	75,00	65,00
Mínimo		,00	25,00	25,00
Máximo		89,29	100,00	90,00
Percentiles	25	46,4300	58,3300	40,0000
	50	60,7100	66,6700	75,0000
	75	67,8600	83,3300	80,0000

La figura 4 presenta las frecuencias de las evaluaciones acumulativas

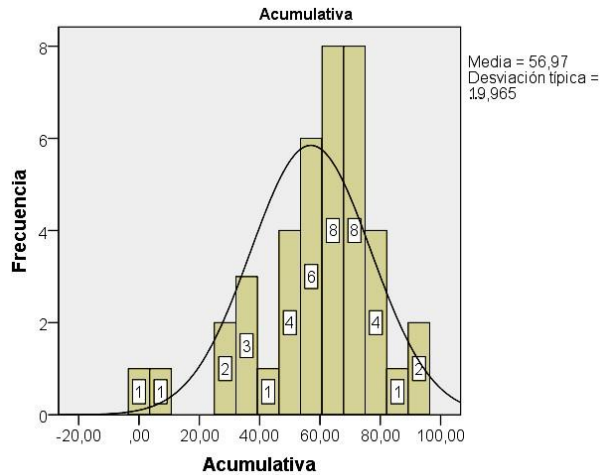


Fig. 4: Frecuencias de la evaluación acumulativa

Se observa que en el proceso de enseñanza aprendizaje sin el uso de GeoGebra dos estudiantes lograron la evaluación de 25/28 que equivale al rendimiento académico de 89,29% lo que les permitió aprobar la asignatura sin necesidad de presentar el examen principal y de suspensión. La media del rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura es del 56,9688%.

Posterior al desarrollo de la capacitación de 40 horas con GeoGebra se obtuvo los resultados que se representan en la figura 5.

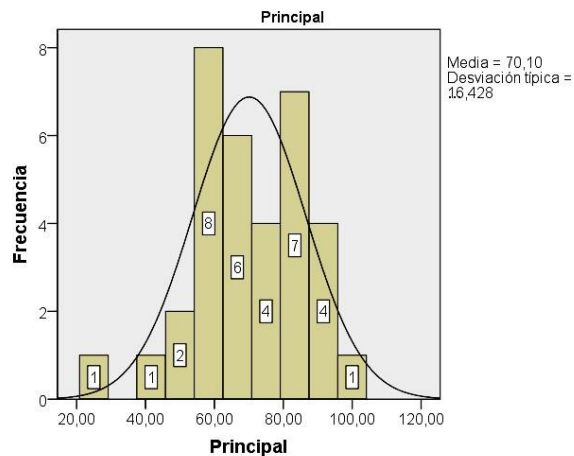


Fig. 5: Frecuencias de la evaluación del examen principal

Se observa la media del rendimiento académico se incrementa a un porcentaje de 70,0976% por lo que se puede decir que el uso del GeoGebra incrementa el rendimiento académico. Es necesario indicar que 5 estudiantes abandonaron la asignatura antes de la presentación del examen principal.

Los estudiantes que no aprobaron el semestre presentando el examen principal, continuaron en la capacitación realizada con GeoGebra, posterior a la culminación de la capacitación se presentaron a la evaluación de suspensión 22 estudiantes, en la figura 6 se representa el rendimiento académico alcanzado.

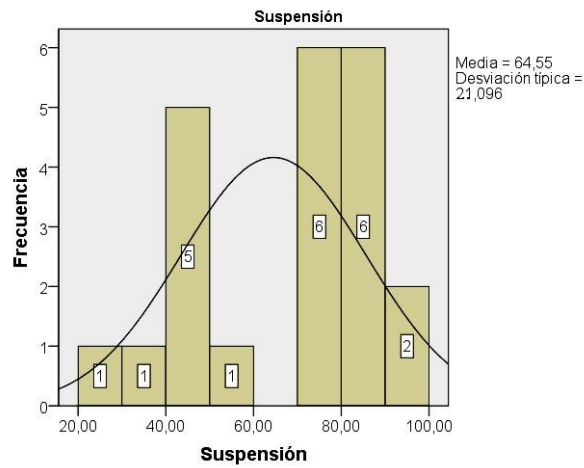


Fig. 6: Frecuencias de la evaluación del Examen de Suspensión

Se observa que la media del rendimiento académico se incrementa a un porcentaje de 64,5455 lo que evidencia que el uso del GeoGebra incrementa el rendimiento académico de los estudiantes.

4.1 Prueba de la hipótesis

Para la prueba de la hipótesis usaremos la prueba de “t-student”, donde consideramos los tres escenarios de trabajo durante el semestre, mismos que los presentamos a continuación.

μA = Rendimiento método tradicional (Evaluaciones Acumulativas)

μB = Rendimiento Software GeoGebra (Evaluación Principal)

μC = Rendimiento Software GeoGebra (Evaluación Suspensión)

Se busca determinar a través de esta prueba si existe una incidencia positiva en el rendimiento cuando se usa GeoGebra a través de “t-student”.

$H_0: \mu A = \mu B$ (Hipótesis nula)

$H_1: \mu A < \mu B$ (Hipótesis de Investigación)

Se compara el rendimiento de los 34 estudiantes que trabajaron con el método tradicional, en esta comparación de rendimientos se excluye el rendimiento de los 2 estudiantes que aprobaron solo con las evaluaciones acumulativas y de los 5 estudiantes que abandonaron la asignatura sin presentar el examen principal. Los resultados de la comparación a través de “t-student” se presentan en la tabla 2, en donde se observa que $\mu A < \mu B$.

Tabla 2. “t-student” del rendimiento académico entre la evaluación acumulativa (sin GeoGebra) y el examen principal (Con GeoGebra).

Estudiantes	Rendimiento Académico		
	N de estudiantes	$t_{0,05}$	t calculada
Grupo A sin GeoGebra	34	1,66	3,15
Grupo B con GeoGebra	34		

Posteriormente a la presentación del examen principal se presentaron al examen de suspensión 22 estudiantes, a continuación se presenta la aplicación del “t-student” de los 22 estudiantes cuando se prepararon sin el uso de GeoGebra y con el uso de GeoGebra. Los resultados de la aplicación de la prueba de t-student se presentan en la tabla 3.

Tabla 3. : “t-student” del rendimiento académico entre la evaluación acumulativa (sin GeoGebra) y el examen de suspensión (Con GeoGebra).

Estudiantes	Rendimiento Académico		
	N de estudiantes	$t_{0,05}$	t calculada
Grupo A sin GeoGebra	22	1,68	2,05
Grupo B con GeoGebra	3224		

Se observa que a través de la aplicación de la prueba de “t-student” que en los dos casos los grupos que trabajaron con GeoGebra aumentaron su rendimiento académico, puesto que $\mu A < \mu B$ y $\mu A < \mu C$, por lo que se puede concluir que el uso de GeoGebra incide positivamente en el aumento del rendimiento académico de los grupos de estudiantes observados.

5 Conclusiones

La motivación es un elemento importante a la hora de aprender, el área de conocimiento de las matemáticas no es la excepción, por lo que es necesario innovar permanentemente incorporando tecnologías que se correspondan a las nuevas exigencias y formas de trabajar de los estudiantes.

Las nuevas generaciones de estudiantes han encontrado en el uso de las TICs herramientas importantes para comunicarse socialmente, por lo que los docentes debemos aprovechar ese conocimiento incorporando herramientas que faciliten la comunicación mediada pedagógicamente para promover la colaboración, el desarrollo de la criticidad y el conocimiento en nuestros estudiantes.

Somos los docentes los responsables de investigar que herramientas y cómo debemos integrarlas a los procesos formativos, el no hacerlo aumenta el riesgo de no aprovechar adecuadamente los recursos tecnológicos. Con esta investigación hemos buscado identificar si la integración del software GeoGebra incide positivamente en el rendimiento de los estudiantes de la asignatura de matemáticas II de la carrera de Industrias Pecuarias.

En la investigación se estudia el rendimiento académico de los estudiantes, cuando se desarrolla su proceso de aprendizaje sin el apoyo de la herramienta GeoGebra y se compara con el rendimiento académico de los estudiantes cuando apoyan su proceso de aprendizaje con la herramienta GeoGebra. De lo observado estadísticamente y a través de la prueba de “t-student” se evidencia que el uso de la herramienta GeoGebra incide positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

Es necesario resaltar que no solo el uso de la herramienta y sus representaciones simbólicas y gráficas contribuyen con la asimilación de los conocimientos, sino además las opciones de interacción y colaboración integradas a la herramienta ya que favorece el aprendizaje significativo.

Es importante el diseño adecuado de las actividades académicas para que las metas de aprendizaje sean alcanzadas por los estudiantes de tal manera que la sensación repetitiva de éxito mantenga la motivación y el interés por aprender a través de la solución de problemas reales.

5. Agradecimientos

Los autores desean expresar su agradecimiento a los docentes y estudiantes de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo que colaboraron en la investigación.

Referencias

- [1] J. H. M. & L. Z. Hohenwarter, «Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra. of Computers in Mathematics,» 2009.
- [2] M. & K. T. Aktümen, «Exploring the mathematical model of the thumbaround motion by geogebra,» 2012. [En línea]. Available: <http://doi.org/10.1007/s10758-012-9194-5>.
- [3] C. Little, «Differentiation in three easy, GeoGebra-style, lessons.,» *MSOR Connections*, 2009.
- [4] Z. Lavicza, «Factors influencing the integration of Computer Algebra Systems into university-level mathematics education. International Journal for Technology in Mathematics Education.,» 2007.
- [5] E. & Lo., «Teachers ' Perceptions toward the use of GeoGebra in the Teaching and Learning of Mathematics Effandi Zakaria and Lo Sooth Lee Department of Educational Methodology and Practices,» *Journal of Mathematics and Statistics*, 2012.
- [6] L. Diković, «Applications geogebra into teaching some topics of mathematics at the college level. Computer Science and Information Systems,» 2009.
- [7] A. Urquizo, *Como realizar una investigación*, Riobamba: Gráficas Riobamba, 2005.