

## Medidor de Desplazamiento

Carrasco, Edgar, V., M.<sup>1</sup>; Quiñonez, Víctor A.<sup>2</sup>; Nunes, Alessandro F.<sup>2</sup>; Martins, Marcelo L.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dr. Profesor Adjunto de la Universidad Federal de Minas Gerais

<sup>2</sup> Ing. Civ. Masterandos de Estructura de la Universidad Federal de Minas Gerais

Departamento de Engenharia de Estruturas  
Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Contorno 842, 2º andar - Centro, CEP-30110-060, Belo Horizonte – Minas Gerais, Brasil  
mantilla@dees.ufmg.br, angulo@dees.ufmg.br, engalex@dees.ufmg.br, mlopes@dees.ufmg.br

### Resumen

*En la medición y monitorización de deformaciones en grandes estructuras, en los ensayos son necesarios la utilización de un gran número de extensómetros lo que aumenta el costo de la obra o disminución de investigaciones. Con el objetivo de realizar ensayos precisos y económicos, fue desarrollado un transductor metálico de deformación en forma de arco, y su funcionamiento es basado en la teoría de elasticidad y métodos analíticos. El transductor de este trabajo utiliza un acero especial para resorte, en forma de arco con cuatro extensómetros configurados en un circuito en puente completo de Wheastone y una lamina fina de aluminio con un extensómetro configurado en  $\frac{1}{4}$  de puente y fijada en una caja metálica para calibración. A través de la medición de la relación de las deformaciones de la lamina de aluminio e del arco metálico, es obtenida una constante  $k$ , que será comparada con el valor analítico (el valor teórico) deducido de las ecuaciones de la teoría de elasticidad. Así se puede conocer el porcentual de error entre los valores teóricos e experimentales. El transductor metálico en forma de arco tiene la ventaja de ser usado en otros ensayos diferentes de los métodos convencionales, porque extensómetros una vez adheridos sobre el elemento a ensayar no pueden ser más utilizados.*

**Palabras claves:** Medidor de Desplazamiento, Extensómetros.

### Abstract

*In the measurement and control of deformations in great structures, laboratory tests are necessary the use of a great number of strain gages that to increase the cost of the work or reduction of investigations. With the objective to make precise and economic tests, a metallic transducer of deformation in arc form was developed, and its operation is based on the theory of elasticity and analytical methods. The transducer of this work uses a special steel spring, in form of arc, with four strain gages configured in complete bridge (to have amplification of the moment in four times) and one it laminates fine of aluminum with a strain gage configured in  $\frac{1}{4}$  of bridge and fixed to a steel box. Through the measurement of the relation of the deformations of the aluminum plate and the spring, a constant  $k$  will be gotten, that will be compared with the analytical value (or theoretical value) deduced through the equations of the theory of the elasticity. The percentage of error between the values can thus be known theoretical and experimental. The metallic transducer in arc form has the advantage to be used in other tests, different of the conventional methods, where the strain gages glue on the element to try cannot more be used.*

**Key words:** Measurer of Displacement, Strain gages

## 1. Objetivo

El objetivo de este trabajo es presentar las principales etapas para construir un transductor de desplazamiento metálico en forma de arco para medir deformaciones en piezas sujetas a esfuerzos normales (tracción o compresión). Teniendo como ventaja su reutilización en otros ensayos o pruebas de carga.

## 2. Introducción

El tema de las tensiones y deformaciones es un asunto bastante intrigante entre los investigadores, principalmente cuando se lo trata experimentalmente. Varios estudios tratando este tema fueron realizados y los principios se encuentran solidamente establecidos, como se puede observar en los textos de [1], [2] e [3]. En este trabajo todos estos principios serán utilizados para fabricar un aparato que permite medir desplazamientos y deformaciones.

### 2.1 Importancia

El esfuerzo de tensión en un material no puede ser medido directamente, motivo por el cual es ineludible la determinación de otros parámetros para su deducción.

Usualmente para el análisis de tensiones se utilizan deformaciones, que medidas en conjunto con las propiedades del material, pueden ser obtenidas las tensiones para una determinada condición de carga (aplicación directa de la teoría de la elasticidad).

La medición de deformaciones en el campo de la ingeniería moderna va tomando mayor fuerza cada día, pueden ser citadas algunas de sus aplicaciones:

- a.- Monitorear el comportamiento de estructuras para prevenir catástrofes;
- b.- Medir los movimientos de máquinas;
- c.- Medir la fuerza, torque, aceleración y otras grandezas

Existen diversos métodos para la medición de deformaciones fundados en fenómenos: Mecánicos, Neumáticos y Eléctricos.

En el presente trabajo se estará usando la medición de deformaciones usando fenómenos eléctricos. Y específicamente usando extensómetros eléctricos.

Para un mejor entendimiento será adoptada la siguiente nomenclatura:

$\mu\epsilon$  = Micro deformaciones

$\sigma_M$  = Tensión producida por el momento

$\sigma_N$  = Tensión producida por la fuerza Normal

$\sigma$  = Tensión resultante

**P** = Carga Axial

**M** = Momento

**W** = Momento estático

**t** = Espesura de la semicircunferencia

**b** = Ancho de la lámina de Aluminio

**E** = Módulo de Elasticidad

**I** = Momento de inercia

**R** = Radio de la semicircunferencia

$\epsilon_A$  = Deformación de la semicircunferencia

$\epsilon_H$  = Deformación de la lámina de aluminio

$\Delta$  = Desplazamiento de la lámina de aluminio

### 2.2 Tipos de Medidores de Desplazamientos

Existen diferentes tipos de medidores de desplazamiento que dependen del tipo de fenómeno a medir, se puede citar:

*Medidores Mecánicos:* Resorte de Torción, Relojes Comparadores.

*Medidores Neumáticos.*

*Medidores Analógicos:* Resistivos, inductivos, capacitivos y fotoeléctrico.

## 3. Materiales

Para la construcción del prototipo, para medir desplazamientos fueron utilizados:

*Extensómetro usado en el arco metálico,*

Tipo: KFG – 2 – 120 C1 – 11

Longitud: 2 mm

Resistencia del extensómetro:  $120.2 \pm 0.2 \Omega$

Factor Gage:  $2.11 \pm 1.0 \%$

Expansión termal adaptable: 11.7 PPM/C

Sensibilidad transversal: 0.7 %

*Extensómetro usado en la lámina de aluminio,*

Tipo: KFG – 5 – 120 - C1 – 11

Longitud: 5 mm

Resistencia do extensômetro:  $120.2 \pm 0.2 \Omega$

Factor Gage:  $2.11 \pm 1.0 \%$

Expansión termal adaptable: 11.7 PPM/C

Sensibilidad transversal: 0.4 %

Llave Francesa, Alicata, Pinzas, Paquímetro digital, Sistema de Adquisición de Datos (SAD), lijas de agua con granulometrías de: 80, 120, 150, 180, 200, 320 e 400.

El Análisis químico de la placa de aluminio indicó los siguientes porcentajes: 99,5% de Al; 0,02% de Mg; 0,011% de Ti, 0,0008% de Zn; 0,4% de Fe; 0,0035% de Mn; 0,07% de Si; El aluminio puro representa el valor de 99,996%. Con este análisis no se consigue determinar si el material es laminado o recocido, lo que llevó a realizar otro ensayo el de tracción y se comportó como un aluminio recocido. Las propiedades del aluminio ensayado fueron: Tensión de Ruptura:  $8,7 \text{ kgf/mm}^2$ ; Tensión de Fluencia:  $2,24 \text{ kgf/mm}^2$ .

Con relación al material de acero para el resorte, equivale a un acero SAE 1095, con 0,94% de C,

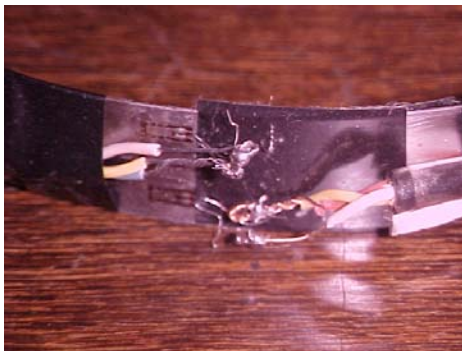
025% de Si, 0,20% de Cr, 0,20% de Mn, 0,025% de Ni, 0,024% de Vn y otros componentes.

#### 4. Definición del Problema

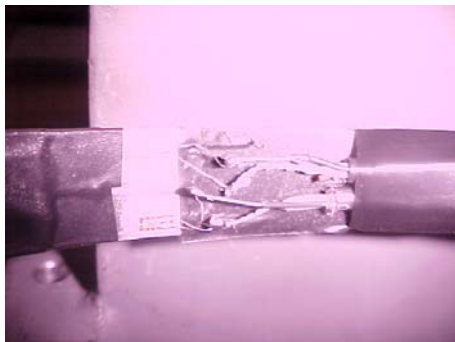
La utilización de extensómetros tiene por finalidad conocer el comportamiento real de una estructura como por ejemplo, deformaciones tensiones, desplazamientos, etc., lo que conduce a la utilización de un número elevado de extensómetros aumentando la inversión de la obra, o si es el caso de las investigaciones.

En el presente trabajo será presentada la confección de un aparato de medición de desplazamiento y deformación usándose ensayos experimentales y teoría de la elasticidad. El objetivo es disminuir el costo de mediciones monitoreadas.

La construcción de un transductor metálico en forma de media circunferencia, instrumentado con cuatro extensómetros dos en la parte superior e dos en la parte inferior, conforme Fig. 1 a e b los cuales están conectados en un circuito de Wheastone en puente completo.



**Figura 1a** - Extensómetros superiores.  
Fuente: Fotografía de los autores

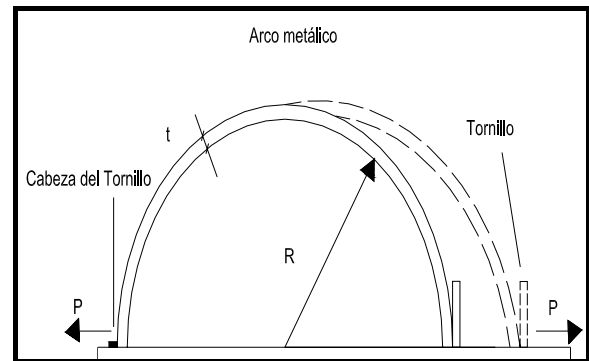


**Figura 1b** - Extensómetros inferiores.  
Fuente: Fotografía de los autores

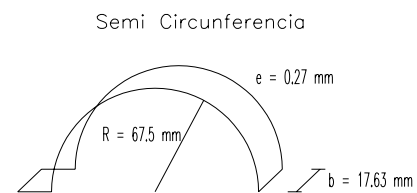
Después de trazar la curva que relaciona las deformaciones de los extensómetros en la lámina de aluminio y el arco metálico, la tangente de dicha curva, debe ser próximo al valor calculado con la ecuación (10).

#### 5. Análisis teórico

Para el análisis elástico la semicircunferencia fue considerada como barra de sección rectangular delgada con un extremo fijo y el otro libre, sometida a flexión por una fuerza P aplicada en la otra extremidad en dirección radial. El momento flector en cualquier sección transversal es proporcional al senθ. Las ecuaciones a seguir representan matemáticamente el modelo de la figura 2.



**Figura 2** - Arco sometido a fuerza P  
Fuente: Dalley & Riley [1]



El esfuerzo normal es

$$\sigma_N = \frac{P}{b \cdot t} \tag{1}$$

y el momento flector es

$$\sigma_M = \frac{M}{W} = \frac{P \cdot R}{\frac{b \cdot t^2}{6}} \tag{2}$$

la combinación de esfuerzos resulta en

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M \tag{3}$$

Entonces se tiene:

$$\sigma = \frac{P}{b \cdot t} + \frac{6 \cdot P \cdot R}{b \cdot t^2} \tag{4}$$

Haciendo una relación entre las tensiones se tiene:

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_M} = \frac{P}{b \cdot t} \cdot \frac{b \cdot t^2}{6 \cdot P \cdot R} = \frac{t}{6R} \tag{5}$$

Como se puede observar: se la espesura es pequeña con relación al radio, el valor correspondiente a la tensión debida al momento flector es mucho mayor que la tensión que se produce por la fuerza normal. Entonces se puede decir que  $\sigma \cong \sigma_M$ .

Al medir la deformación del elemento sometido a esfuerzos axiales ( $\varepsilon_H$ ), en relación a la deformación en una sección transversal de la semicircunferencia ( $\varepsilon_A$ ), se tiene:

$$\varepsilon_H = \frac{\Delta}{2R} \quad [6]$$

$$\varepsilon_A = \frac{\sigma}{E} = \frac{M}{WE} = \frac{M \cdot t}{2EI} \quad [7]$$

Conociendo:

$$\Delta = \frac{\pi PR^3}{2EI} \quad [8]$$

$$M = PR \quad [9]$$

$$\frac{\Delta}{2R} = \left( \frac{\pi PR^3}{2EI} \right) \left( \frac{1}{2R} \right) = \frac{\pi PR^3}{4EI} = \frac{\pi R M}{4EI}$$

Resulta en:

$$\varepsilon_H = \frac{\pi R}{4} \frac{2\varepsilon_A}{t}$$

La ecuación que demuestra la relación entre las deformaciones entre la lámina de aluminio y el semicírculo es:

$$\varepsilon_H = \frac{\pi R}{2} \frac{\varepsilon_A}{t} \quad [10]$$

## 6. Procedimiento del ensayo

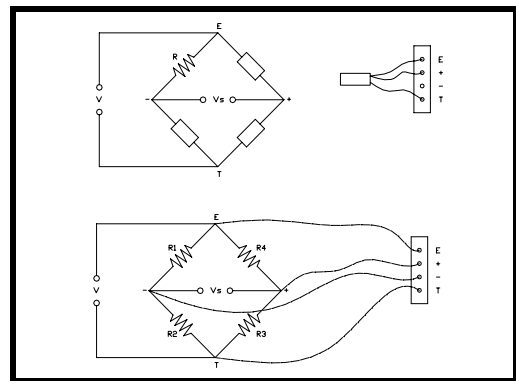
El prototipo consta de una caja de acero, un arco de acero para resorte, tornillo con su respectiva tuerca y una lamina de aluminio conforme a la figura 6. Las dimensiones de la caja y la posición de los orificios y demás elementos están representadas en la figura 7.

Fueron colocados los 4 extensómetros siguiendo, para este caso, los siguientes procedimientos:

*Preparación de la superficie* - Lijar la superficie de contacto usando las lijas con granulometrías de 80, 120, 150, 180, 200, 320 e 400. Primero usar la lija 80 lijando la superficie en una dirección y después la lija siguiente a 90° de la anterior y así sucesivamente

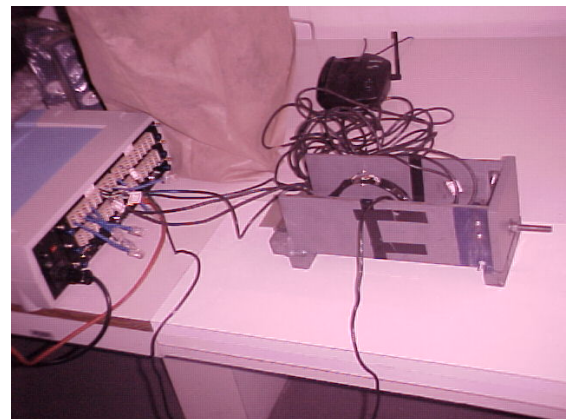
hasta la última. Después de lijar limpiar la superficie del material con alcohol para descontaminar.

*Localización de los extensómetros* - Se colocaron 2 extensómetros en la parte superior, dos en la parte inferior del arco y 1 en la lamina de aluminio, configurados en puente completa los cuatro extensómetros de la semicircunferencia y en ¼ de puente el extensómetro de la lámina de aluminio, dichas configuraciones están representadas esquemáticamente en la Fig. 3. Luego se hace un teste usando un voltímetro para ver el correcto funcionamiento de los extensómetros antes de instalarlo al Sistema de adquisición de datos. El valor de la resistencia eléctrica debe ser de aproximadamente el valor de la resistencia inicial del extensómetro eléctrico que es de 120Ω.

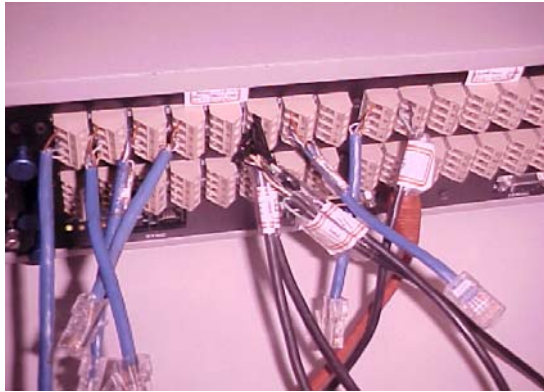


**Figura 3** - Configuración de puente completo y ¼ de puente. Fuente: Dibujo de los autores

Después de colados y soldados los terminales de los extensómetros en sus respectivos cables son conectados al Sistema de Adquisición de Datos (SAD), conforme a las figuras 4a e 4b. Una vez instalados y calibrados en el sistema indican un voltaje para una determinada carga aplicada. Seguidamente deben ser tomados e fijados con cautela los cables que están conectados a los extensómetros, para que no se dañen en la manipulación.



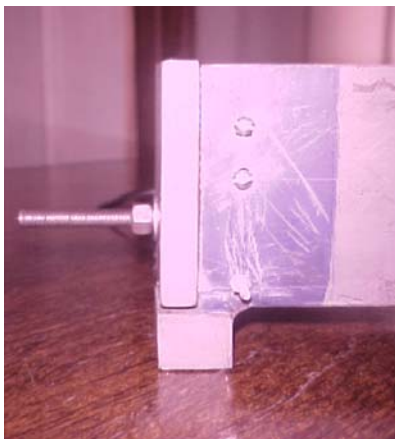
**Figura 4a** - Instalación al SAD  
Fuente: Fotografía de los autores



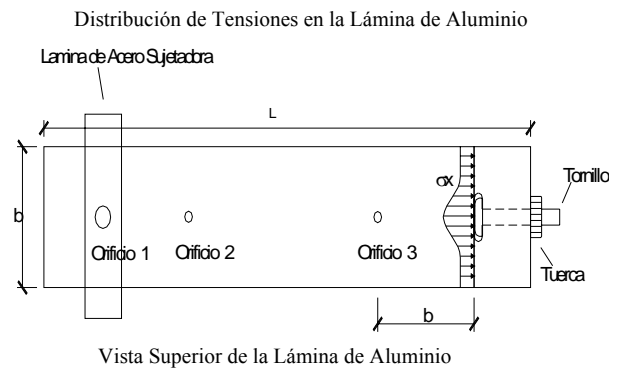
**Figura 4b** - Instalación al SAD  
Fuente: Fotografía de los autores

Luego se somete al elemento a un ensayo de tracción simple, llevando en consideración el principio de Saint Venant que dice: “.....el efecto de las fuerzas o tensiones aplicadas sobre una pequeña área puede ser tratado a través de un sistema estáticamente equivalente, el cual a una distancia aproximadamente igual al ancho del elemento, provoca una distribución de tensiones uniforme”, así la ecuación (1) es verdadera a una distancia igual al ancho del elemento estructural a partir del punto de aplicación de la carga concentrada [4].

El ensayo comienza cuando se girar la tuerca del tornillo que esta fijo en la lámina de aluminio, ver figuras 5a e b. Esto provocará una carga que debe ser aplicada lentamente, mientras que los valores de la deformación están siendo leídos por el SAD, debiendo siempre ser menores a la máxima deformación permitida en el extensómetro para que no se plastifique, la Fig. 6 muestra el prototipo analizado en el presente trabajo.



**Fig. 5a** - Tuerca a ser girada  
Fuente: Fotografía de los autores

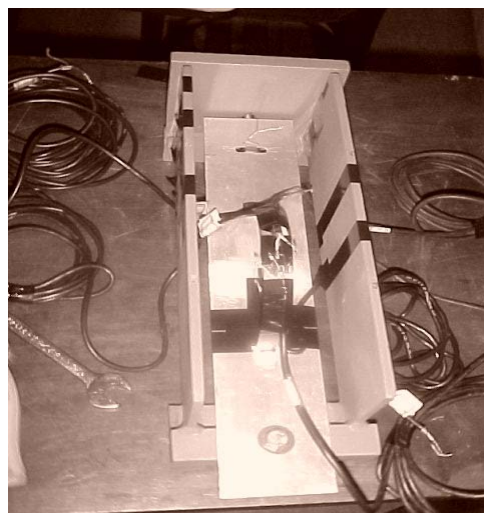


**Fig. 5b-** Vista Superior de la lámina de aluminio  
Fuente: Dibujo de los autores

Después del término del ensayo, los datos deben ser filtrados para la eliminación de posibles interferencias. Estas interferencias pueden ocurrir debido a varios factores, como por ejemplo los campos magnéticos producidos por celulares u otros aparatos del laboratorio, acarreado un mal funcionamiento de los extensómetros, por este motivo los resultados deben ser analizados cuidadosamente.

Con los resultados de la deformación del arco metálico y la lámina de aluminio fue confeccionado un gráfico para determinar la relación entre la deformación del resorte y la lámina de aluminio. Con la ayuda de una regresión lineal fue determinado la pendiente de la reta que explica la relación entre las dos deformaciones (k). El coeficiente de correlación de la regresión lineal fue significativo ( $R^2= 0,963$ ).

El valor de la constante de calibración k pendiente de la curva, fue comparado con el valor obtenido en la ecuación (10) y después fue verificado si el resultado experimental es igual al de la teoría aplicada.



**Figura 6** - Prototipo ensayado  
Fuente: Fotografía de los autores

### 7. Resultados

La ecuación teórica que relaciona las deformaciones entre la placa de aluminio y el arco metálico es:

$$\varepsilon_H = \frac{\pi R}{2} \frac{\varepsilon_A}{t}$$

Remplazando los valores del problema, R = 67mm e t = 0,45mm tenemos:

$$\varepsilon_H = \frac{\pi \times 67}{2 \times 0,45} \varepsilon_A \quad \varepsilon_H = 233,87 \varepsilon_A$$

El gráfico de la figura 7 muestra la relación experimental entre las deformaciones de la placa y el arco. Esta relación es:

$$\varepsilon_H = 226,73 \varepsilon_A$$

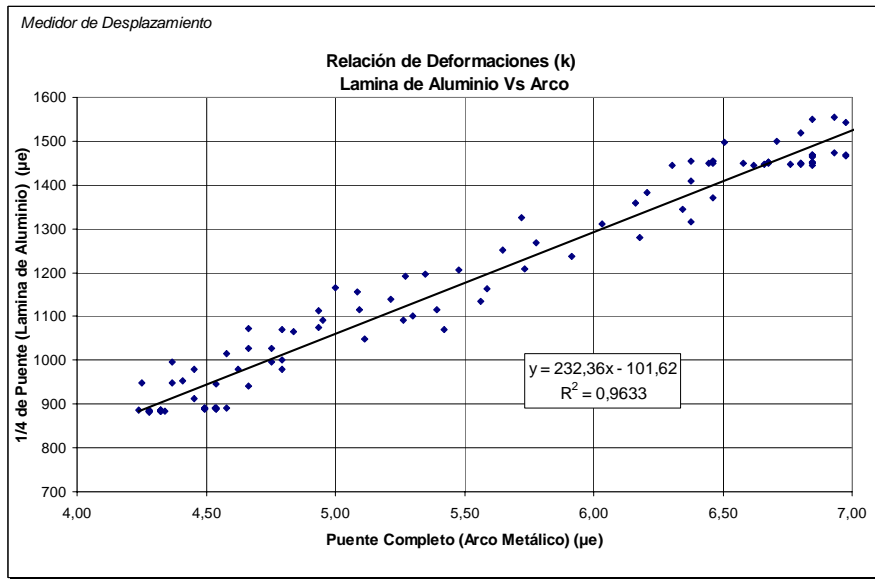


Fig. 7 Relación entre las deformaciones de la semicircunferencia y la lámina de aluminio

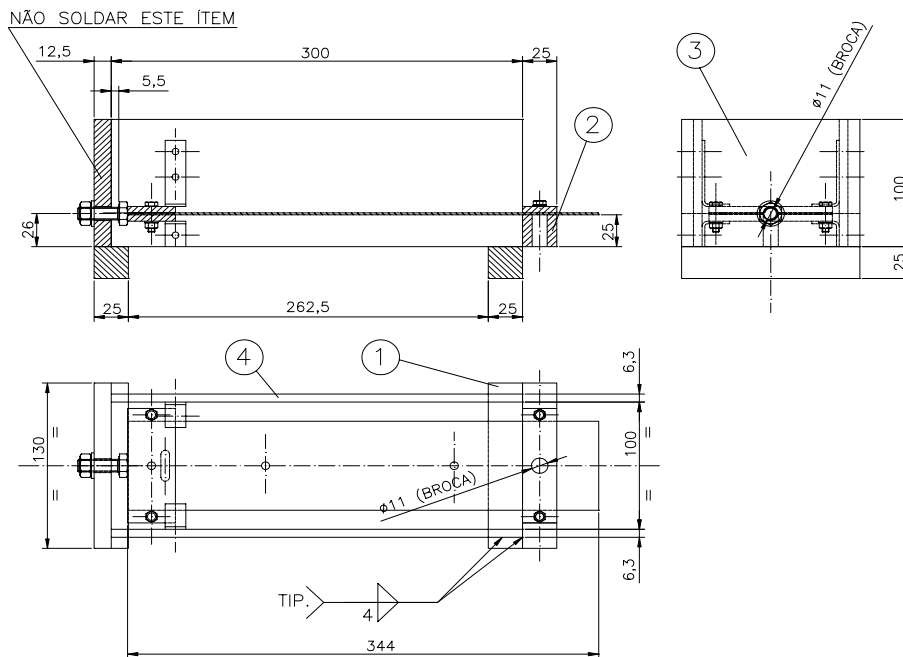


Fig. 8- Dimensiones y configuración del modelo ensayado

## 8. Conclusiones e Recomendaciones

La implementación del instrumento para medir desplazamientos y deformaciones en elementos estructurales donde actúen campos de tensiones debido a un sistema de fuerzas aplicadas atendieron perfectamente.

El valor teórico calculado para la constante  $k$  fue de 233,87 y el valor experimental de 232,36, llevando a un error de 1.00% considerado aceptable.

La aplicación y uso de transductores con características similares a los utilizados en este experimento, pueden ser de diferentes diámetros dependiendo de la grandezza a ser medida.

Finalmente se puede afirmar con seguridad que el uso de este aparato incentiva el estudio de piezas estructurales experimentalmente por causa de la reducción de la inversión.

## 9. Agradecimientos

Al Laboratorio de Análisis Experimental de Estructuras del Departamento de Engenharia de Estructuras de la Escola de Engenharia de la Universidade Federal de Minas Gerais por el espacio en el laboratorio y equipos cedidos para la viabilización del ensayo. A las empresas ACESITA S.A e EMFER (Estructuras Metálicas, Caldeiraria e Serralheria), por disponibilizar los diseños y montaje de la caja metálica y el análisis de los materiales.

## 10. BIBLIOGRAFIA

- [1] Dally, James, W. & Riley, William, F.; **Experimental Stress Analysis**, McGraw Hill, Inc, 3rd ed., 639 p., London, 1991
- [2] Doyle, James F., **Modern Experimental Stress Analysis**, John Wiles & Sons, Ltd., 422 p., England, 2004
- [3] Measurements Group, **Strain Gage Transducers**, 1988.
- [4] Popov, E., P. **Resistência dos Materiais**, University of Califórnia Berkeley, segunda edição, Prentice/Hall do Brasil, pp. 42-43, 1978.

