

Método de Interpolación Basado en Análisis Objetivo Aplicado a Regiones Costeras

M. Sassi^{1,2}, Jorge O. Pierini^{2,3}, D. Minkoff¹, G. M.E. Perillo^{1,4}

¹ Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Instituto Argentino de Oceanografía, CC 804 B8000FWB Bahía Blanca, Argentina.

² Departamento de Física, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, (8000) Bahía Blanca, Argentina.

³ Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires, Instituto Argentino de Oceanografía, CC 804 B8000FWB Bahía Blanca, Argentina.

⁴ Departamento de Geología, Universidad Nacional del Sur, San Juan 600, (8000) Bahía Blanca, Argentina.
mgsassi@criba.edu.ar , jpierini@criba.edu.ar, drminkoff@criba.edu.ar, perillo@criba.edu.ar

Resumen

La carencia de datos y el posterior rellenado de estos faltantes en campos heterogéneos es un proceso que forma parte de los estudios costeros por tanto es necesario implementar técnicas de interpolación que se ajusten al dato original y minimicen el error lo más posible. Los campos obtenidos siempre están involucrados dentro de procesos que evalúan otras variables y parámetros y estos pueden ser utilizados para resolver sistemas de ecuaciones donde la propagación de errores puede ser significativa. El Análisis Objetivo es un procedimiento de interpolación basado en el mapeo de Gauss-Markov que puede dar respuesta a las necesidades presentes. En este trabajo se propone analizar una implementación de la técnica de interpolación aplicada a dos grupos de datos costeros de diferente índole espacial: mediciones de topografía en una planicie de marea y temperatura superficial del mar extraído de una imagen satelital. La reconstrucción realizada con este método se compara con el método Inverso de la Distancia a través de la estimación de una curva de error. Los resultados indican que las curvas de error para los dos grupos de datos obtenidas con el método basado en el Análisis Objetivo siempre son menores que con la Inversa de la Distancia. De las estimaciones podemos inferir que el método basado en Análisis Objetivo representa mejor el comportamiento de los datos originales y su distribución espacial.

Palabras Claves: método de interpolación, análisis objetivo, regiones costeras, oceanografía.

Abstract

Lack of data and filling of gaps in heterogenic fields is a common procedure in coastal studies for that is necessary to implement interpolation techniques that minimize the involved error. Usually, the derived fields are used to evaluate other variables and parameters and the results are improved to solve systems of equations that could propagate significant errors. The Objective Analysis is an interpolation procedure based on the Gauss-Markov mapping that can provide answers to these needs. In this article we propose to analyze an implementation of this interpolation technique applied to two datasets of a different spatial character in coastal regions: topographic measurement from a tidal marsh and sea surface temperature from satellite imagery. Field reconstructions with this method are compared with the Inverse Distance method through the estimation of an error curve. The results suggest that the error curves for the two datasets using the Objective Analysis is always less than the Inverse Distance method. From the estimations we can infer that the Objective Analysis method represents in a better way the behavior of the original data and its spatial distribution.

Keywords: interpolation method, objective analysis, coastal regions, oceanography.

1. Introducción

La estimación óptima de campos escalares en ambientes costeros y oceánicos es fundamental dentro de los estudios oceanográficos. La reconstrucción de los datos es un proceso que forma parte del anterior, por lo que es necesario implementar técnicas de interpolación que minimicen el error y sean un fiel reflejo de la variable medida. Por lo general, las variables medidas presentan carencia de información espacial y por otra parte, los campos obtenidos siempre están involucrados dentro de otros procesos, que evalúan otras variables y parámetros. Estos resultados muchas veces son utilizados para resolver sistemas de ecuaciones y pueden propagar errores significativos que se irán acumulando con la resolución de los sistemas intervinientes.

El Análisis Objetivo (AO) es un procedimiento de interpolación basado en el "mapeo de Gauss-Markov" que utiliza una técnica de estimación lineal basada en el suavizado de los campos variables. Las bases de la metodología fueron primeramente introducidas por Gandin [7] con el llamado teorema de Gauss-Markov, aunque existen referencias anteriores aplicadas a la meteorología [4]. En oceanografía, los primeros en emplearla fueron Bretherton *et al.* [2] y se ha convertido en una herramienta ampliamente utilizada para el análisis de datos de campo y el diseño de arreglos observacionales [6][1][14]. La técnica se ha utilizado combinada con funciones empíricas ortogonales para estimar eficientemente el campo de temperatura a partir de perfiles de temperatura [8]. También se ha empleado la técnica para generar campos de velocidades superficiales a partir de imágenes satelitales [16][9][15]. Hay que destacar que los trabajos efectuados con esta herramienta siempre han sido en procesos de gran escala, no encontrándose aplicaciones en áreas costeras.

La metodología se basa en la función de covarianza calculada a partir del campo original, aunque también se puede suponer una función de covarianza *ad hoc*. El teorema de Gauss-Markov asegura que el suavizado sea óptimo en el sentido que minimiza el error cuadrático medio de los parámetros estimados. Ello requiere que los campos variables sean estadísticamente homogéneos, y muchas veces, para simplificar el análisis, que la función de covarianza sea isotrópica.

Como el estimador es lineal y consiste en una suma pesada de todas las observaciones dentro de un rango perteneciente a cada nodo de la grilla, el AO reproduce una versión suavizada del campo original y siempre va a tender a subestimar el valor original. Este procedimiento es fuertemente dependiente de las características de la función de covarianza y el tamaño en la vecindad de los puntos considerados para evaluarla [5].

2. Metodología

2.1. Marco Teórico

Se trata de construir una grilla de la variable escalar $Z(\mathbf{x})$ a partir del grupo de datos medidos en el campo o calculado a partir de estos e irregularmente espaciado $z(\mathbf{x})$ en las posiciones \mathbf{x} [5]. Esto es, el grupo de datos $z(\mathbf{x})$ puede consistir de mediciones de una variable en particular o de otras variables que están relacionadas en forma lineal con $Z(\mathbf{x})$:

$$z(\mathbf{x}) = Z(\mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x})$$

$$z(\mathbf{x}) = F[Z(\mathbf{x})] + \varepsilon(\mathbf{x})$$

donde F es una función lineal y ε es el término de error que tiene media igual a cero y no está correlacionado con las mediciones:

$$E[\varepsilon_i z(\mathbf{x})] = 0$$

$$E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = \varepsilon^2 \delta_{ij}$$

Se pueden escribir los estimados como una suma pesada de las mediciones:

$$\bar{z}(\mathbf{x}) = \bar{Z}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^N c_i (z_i - \bar{z})$$

donde la barra implica valores medios y z_i y c_i son los valores medidos y los coeficientes aún no especificados para cada observación. Los coeficientes se obtienen a partir de minimizar el error como:

$$\overline{\varepsilon(\mathbf{x})^2} = \overline{[Z(\mathbf{x}) - \bar{Z}(\mathbf{x})]^2}$$

Si la media fue removida de los datos anteriormente, entonces $\bar{Z}(x) = \bar{z}(x) = 0$. Esta expresión es minimizada cuando los coeficientes son tal que:

$$c_i = 2 \sum_{j=1}^N \left\{ \left[(z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z}) \right]^{-1} (z_j - \bar{z})(Z - \bar{Z}) \right\}$$

Los coeficientes se obtienen calculando la matriz de covarianza y promediando sobre todos los posibles pares de datos tomados en puntos (x_i, x_j) . La matriz de covarianza es:

$$\overline{(z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})} = \overline{(z(x_i) - \bar{z})(z(x_j) - \bar{z})}$$

y haciendo lo mismo para los valores interpolados

$$\overline{(z_i - \bar{z})(Z_j - \bar{Z})} = \overline{(z(x_i) - \bar{z})(z(x_k) - \bar{Z})}$$

donde x_k son los puntos para los estimados $\hat{Z}(x_k)$.

Suponiendo que en la región de estudio los datos son estadísticamente homogéneos, estacionarios e isotrópicos, las anteriores expresiones se simplifican de manera tal que:

$$\overline{(z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})} = C(|x_j - x_i|) + \bar{\varepsilon}^2$$

$$\overline{(z_i - \bar{z})(Z_j - \bar{Z})} = C(|x_j - x_k|) + \bar{\varepsilon}^2$$

donde $C(|\mathbf{r}|) = \bar{z}(\mathbf{x})\bar{z}(\mathbf{x} + \mathbf{r})$ es la matriz de covarianza y el término de error de la derecha implica que la estimación no es exacta, es más, este término de error debe ser especificado empíricamente [1][5]. Cabe aclarar que si el error es muy grande, es decir, si los datos no aportan información a los estimados, luego los coeficientes son nulos y el campo estimado será el campo medio. De la misma manera, si los datos no contienen ningún error, el término de error tiende a cero y los valores estimados serán idénticos a los medidos en los puntos de medición, y el estimador interpolará entre observaciones (el método se llama entonces un *interpolador exacto*) [5].

En el procedimiento está claro que el paso más importante es el cálculo de la matriz de covarianza. La forma más directa es hacerlo utilizando los datos medidos. Si se tienen mediciones anteriores en el sitio de trabajo es posible emplearlos para obtener información de los estadísticos. Sin embargo, en oceanografía costera los campos generalmente no se mantienen estacionarios a lo largo del tiempo, es decir, los procesos que involucran son tales que los estadísticos pueden variar entre medición y medición.

En el presente caso, la matriz de covarianza es supuesta como una función exponencial que depende de las coordenadas involucradas más un término de error constante, es decir

$$C(x, y) = \exp \left[- \left(\frac{(x_i - x)^2}{l_x^2} + \frac{(y_i - y)^2}{l_y^2} \right) \right] + \varepsilon$$

donde l_x y l_y son las longitudes de correlación (espaciamiento medio entre observaciones) para las dos variables tratadas y $\varepsilon = 1/16$ [10].

En el método de Inversa de la Distancia (ID) los puntos a interpolar se definen como [5]:

$$Z_j = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{x_i}{(d_{ij} + \delta)^\beta}}{\sum_{i=1}^4 \frac{1}{(d_{ij} + \delta)^\beta}}$$

donde Z_j es el punto interpolado, x_i los valores del campo en los puntos de grilla correspondientes, d_{ij} la distancia de cada punto de grilla al interpolado, δ es un parámetro de suavizado y β el exponente del peso. En nuestro caso $\delta = 0$ y $\beta = 1$. El esquema de resolución empleado para un punto cualquiera j se presenta en la Figura 1.

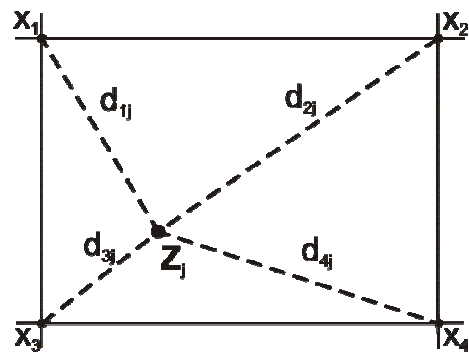


Figura 1. Esquema del método de Inversa de la Distancia (ID). El punto Z_j se calcula en función de los cuatro nodos de la grilla pesada con la inversa de la distancia a cada uno de ellos.

2.2 Análisis Metodológico

Para comparar los dos métodos se propuso efectuar curvas de error en función del faltante de información. El procedimiento consiste en generar un campo inicial con una resolución de grilla predeterminada tomando este como campo inicial para las pruebas. Luego se procede a generar un hueco al azar y reconstruir el faltante con los dos métodos, calculando el error y nuevamente produciendo otro hueco a partir del preexistente. De esta manera, se reconstruye el campo a partir de una carencia de información cada vez mayor y la propagación del error estará dada por los huecos existentes.

La generación de los huecos se realiza mediante un algoritmo que selecciona puntos al azar con una distribución normal uniforme. A partir del hueco generado se obtiene otro y así hasta completar un 60% del total de la información.

Los datos originales se expresan como $z = z(x, y)$, donde x y y son coordenadas espaciales y z representa el campo a reconstruir. Los datos interpolados están representados por $z_I = z_I(x, y)$, donde x_I y y_I representan la grilla de trabajo y z_I los puntos de la grilla que aproximan el campo a

reconstruir con AO e ID. Los puntos originales z se comparan con los valores obtenidos en las grillas dadas por los dos métodos $z_I|_{AO, ID}$ mediante la utilización de un estimador del error cociente entre el error relativo al valor original y la media de los puntos originales. Ello se expresa de manera porcentual como:

$$error = 100 \times \frac{\sum_{j=1}^n \frac{|z^j - z_I|_{AO, ID}}{|z^j|}}{\sum_{j=1}^n z^j} \cdot n$$

donde n es el tamaño de puntos (función del número de huecos generados), y el denominador representa la media de los datos originales. El error relativo al valor original (numerador) está dividido por la media del campo de manera tal de lograr un suavizado en la curva de error. Para tener una representación más fiel de la curva de error, se hicieron cien repeticiones del experimento debido a que la generación de huecos es al azar.

2.3. Datos Analizados

Para mostrar la versatilidad del método se estudiaron dos grupos de datos pertenecientes a observaciones de campo en diferentes ambientes. Se emplearon la topografía de un canal de marea en una marisma (Estuario de Bahía Blanca, Provincia de Buenos Aires, Figura 2a) obtenido con un puente para medición en zonas inaccesibles [12] y temperatura superficial del mar (TSM) extraída de una imagen satelital [13]. Las características de las bases de datos empleadas en el análisis se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. Resumen de los dos grupos de datos utilizados para comparar los métodos de interpolación. Las posiciones espaciales x e y se expresan en metros.

	Topografía	TSM
Cantidad de Puntos	75	8978
Distribución de Puntos	No Uniforme	Uniforme
Dependencia de la Variable	$H(x, y)$	$T(x, y)$

Los datos topográficos, cuya distribución espacial se debe necesariamente a las características del instrumental se encuentran distribuidos no uniformemente. Por otro lado, la TSM se obtuvo de una submuestra costera de la imagen satelital original, representando aproximadamente un área de 660 x 330

km² (Figura 2b) con una distribución uniforme de puntos.

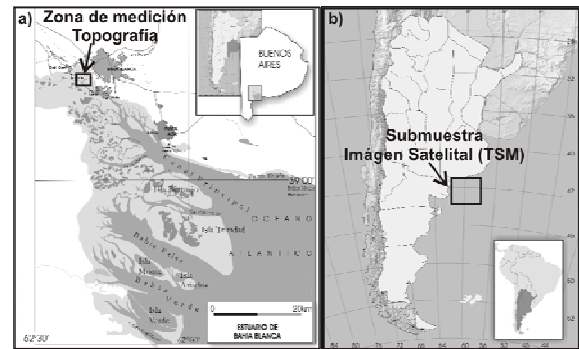


Figura 2. Mapa de la zona de estudio: a) la zona de medición del campo topográfico se encuentra ubicada dentro del Estuario de Bahía Blanca, en la Provincia de Buenos Aires (Argentina), b) la submuestra de la imagen satelital de la que extrajo la TSM corresponde a la región costera frente a la Provincia de Buenos Aires.

2.2.1 Topografía. Las mediciones de topografía se han realizado con POTOS, un aparato especialmente diseñado para efectuar topografías en zonas inaccesibles [12]. El conjunto de datos obtenidos se presenta en la Figura 3. Los puntos están tomados sobre un canal de mareas en una marisma donde la profundidad H es función de la posición x e y , todas medidas en metros. Si bien puede notarse que la distribución de los puntos es bastante uniforme en virtud del instrumental utilizado, sucede que donde las mediciones están mal distribuidas el campo reconstruido es erróneo y no será representativo del área de interés. La disposición del arreglo observacional en este caso es de fundamental importancia [12].

2.2.2 TSM. En la mayoría de las imágenes satelitales la presencia de nubes es un factor fundamental y muchas veces éstas pueden cubrir toda el área de interés imposibilitando el acceso a la información que se encuentra por debajo. Cuando el cubrimiento no es muy grande y el campo que se está estudiando es suave, la reconstrucción de este parámetro es relativamente sencilla [15]. En el océano y plataforma, los procesos involucrados son de gran escala y casi todas las variables (salinidad, temperatura, clorophyll- a , etc.) presentan pequeños cambios espaciales, lo cual facilita la implementación de este tipo de técnicas. La Figura 4 muestra la distribución espacial de la TSM extraída de una imagen satelital LANDSAT, en una región costera situada frente a la provincia de Buenos Aires (Argentina), donde los procesos físicos relevantes son de mediana escala [13]. Se puede observar que el campo de TSM es muy suave con un pequeño gradiente en dirección NO-SE. A diferencia de la topografía, la cantidad de puntos es mucho mayor (8970 puntos) y su distribución es uniforme.

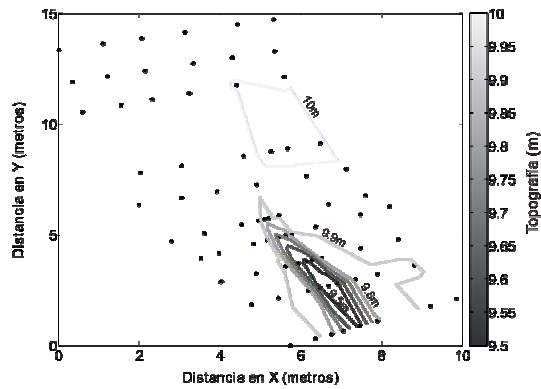


Figura 3. Registro original de mediciones de topografía (altura en centímetros) en función de las coordenadas espaciales (expresadas en metros). Superpuestas se presentan las curvas de nivel obtenidas de la realización de la grilla inicial.

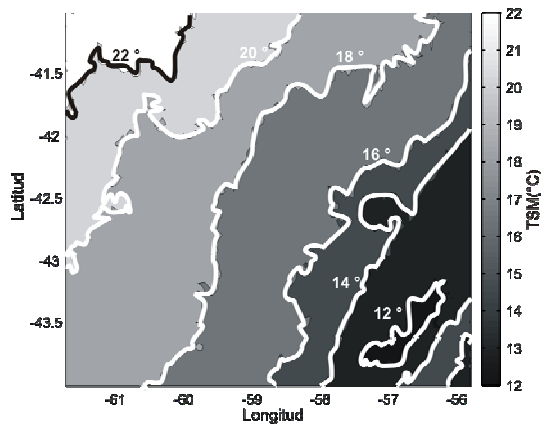


Figura 4. Distribución espacial de TSM obtenida de imagen satelital. Superpuestas se presentan las isotermas obtenidas de la realización de la grilla inicial.

3. Resultados y Discusión

3.1 Topografía

La curva de error asociada al campo de topografía para los métodos de AO e ID con hasta un 60% de huecos generados muestra que el método de AO reproduce un error menor en todo momento (Figura 5a). La pendiente de la curva de error es mayor hasta aproximadamente el 5% del faltante y luego se vuelve más suave. El campo representado es suave con un fuerte gradiente en la zona del talud del canal por lo que el mayor error se concentrara allí. Sin embargo, el error producido en las zonas donde se hallan los gradientes mas grandes se vera compensado con el menor error producido en las zonas donde hay planicies (aproximadamente el 70% de los puntos).

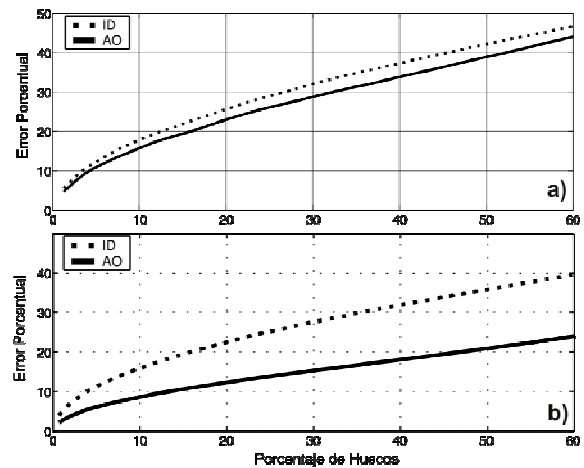


Figura 5. Curva de error porcentual asociada a los grupos de datos de (a) topografía, y (b) TSM para los métodos de AO (línea llena) e ID (línea punteada) en función del porcentaje de huecos generados al azar.

La reconstrucción del campo con los métodos ID y AO (Figura 6a y b, respectivamente), con un 30% de huecos generados, muestra que el AO reproduce un campo más fiel al original que el método ID. Aun cuando la escala del error es del mismo orden, su distribución es diferente. El método ID tiende a cerrar la región que representa el borde inferior del canal mientras que el AO la deja abierta. Esto sugiere que el AO representa de manera más eficiente la topografía reconstruida. Ello también se desprende del mapa de errores donde se observa que el error generado en el borde inferior es menor con AO (Figura 6d) que con ID (Figura 6c).

El error en la reconstrucción utilizando los métodos AO e ID es proporcional a la sumatoria del error en cada punto de grilla. La diferencia entre estos es tal que en el AO el término de error es modulado por la distribución de la matriz de covarianza mientras que en el ID lo hace la inversa de la distancia [5]. El error estándar determinado con el sistema de medición topográfico POTOS es de aproximadamente 1.2 cm para la coordenada vertical [12]. Por lo tanto, el error de interpolación es la suma para cada punto de grilla del producto del error estándar y el valor de la distribución asociada a cada método.

Como el estimador de error empleado es un cociente de términos que contienen error de interpolación y error estándar, esta función esta dada por la suma de los errores relativos de interpolación. De esta manera, para un rango en la coordenada vertical de aproximadamente 50 cm, el error relativo porcentual de 25% corresponde a una variabilidad de casi 10 y 18 cm, para los métodos AO e ID, respectivamente. Esto es, unas 8 y 15 veces el error estándar asociado al instrumento de medición. Es decir que un faltante de información del 30% es suficiente para que la reconstrucción del campo este fuera de los márgenes previstos por la metodología [5]. Ello tiene

serias implicancias cuando se considera la evolución topográfica del canal de mareas, donde las variaciones en la profundidad son de 20 cm en dos años y medio [12].

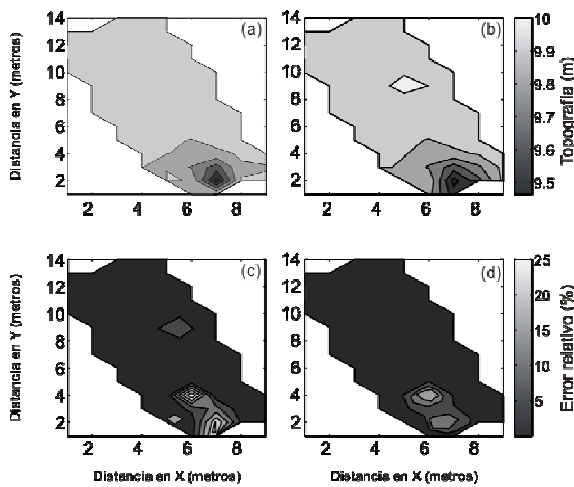


Figura 6. Campo de topografía reconstruido a partir del faltante de un 30 % de huecos generados, utilizando el método: (a) ID y (b) AO. Error relativo porcentual cometido en la reconstrucción: (c) ID y (d) AO. En la representación gráfica no se incluyó el suavizado de los campos para evitar los potenciales errores que este provoca.

3.2 Temperatura

La escala de la curva de error del campo de TSM (Figura 5b) es del mismo orden que la topografía, sin embargo, la pendiente del error asociado al método de AO es considerablemente menor que al de ID. La enorme cantidad de puntos de la grilla empleada en la TSM sugiere que este es un factor importante en el incremento del error para el método de ID [6].

La reconstrucción del campo de TSM muestra que el método de AO (Figura 7b) realiza una mejor representación que el de ID (Figura 7a). En este último, las isotermas se cierran formando regiones aisladas dentro de un campo de valor prácticamente constante. Aún con un faltante de información del 30%, el método de AO es fiel a la distribución inicial del campo. Esto se debe a que la matriz de covarianza de estructura isotrópica no tiene dirección preferencial. Todos los puntos están pesados en función a la longitud de correlación entre los pares de puntos de la grilla mientras que en el método de ID, el peso asignado es inversamente proporcional a la distancia geométrica entre estos [6]. Los procesos físicos que regulan la distribución espacial de la TSM en la plataforma continental Argentina son de gran escala [14], por lo tanto, las variaciones en las longitudes de correlación entre pares de puntos son moderadas y los pesos asignados a cada punto de la grilla tienden a producir un error menor en la reconstrucción con el método de AO.

La distribución del error relativo porcentual para los dos casos (Figura 7c y d) muestra que el mayor error se encuentra cerca del borde inferior derecho (zona exterior de la plataforma) consistente con la mayor variabilidad espacial observada en el campo original (Figura 4). Suponiendo un error estándar de 0.5° en la estimación de la TSM derivada de imágenes satelitales, para un rango de variación de 10° en la distribución espacial, el error relativo porcentual de 25% produce a una variabilidad de 2 y 3.5° para los métodos AO e ID, respectivamente. Esto corresponde a 4 y 7 veces el error estándar asociado al instrumento de medición, la mitad del estimado para la topografía. Este error asociado a la reconstrucción espacial del campo de TSM puede ser importante en el caso que se estudian las variabilidades interanuales, donde las anomalías de la TSM se encuentran en rangos de $\pm 3^\circ$ [3].

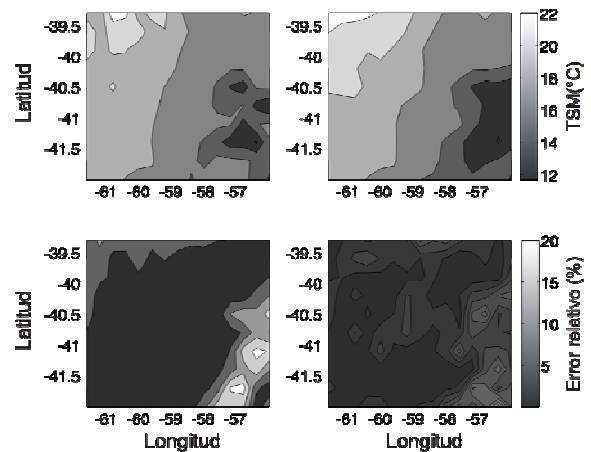


Figura 7. Campo de TSM reconstruido a partir del faltante de un 30 % de huecos generados, utilizando el método: (a) ID, (b) AO. Error relativo porcentual cometido en la reconstrucción: (c) ID, (d) AO. En la representación gráfica no se incluyó el suavizado de los campos para evitar los potenciales errores que este provoca.

4. Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto implementar dos métodos de reconstrucción de datos reales obtenidos en regiones costeras, donde las variaciones de los parámetros son mayores, y validar los resultados estableciendo la evolución de la curva de errores entre el dato medido y faltante. La idea básica ha sido implementar operacionalmente una técnica de interpolación que sea efectiva ante el relleno de datos faltantes sin perder las características espaciales de los mismos. En tal sentido, el método AO construye un conjunto de funciones ortogonales que son determinadas por la distribución espacial de los datos, una vez que se obtienen estas funciones son empleadas para reconstruir los huecos, previamente generados al azar a los efectos de medir la calidad del dato

reconstruido. Más aún, las inhomogeneidades o su comportamiento no isotrópico son automáticamente tomados en cuenta durante la interpolación.

El AO es comparado con un método de interpolación clásico (ID) donde se evidencia el incremento del error cuadrático medio al aumentar los datos a completar y al empleo de datos distribuidos en forma uniforme o no. El método ha sido aplicado a dos conjuntos de datos marcadamente diferentes. Los resultados obtenidos, cuando se comparan con los datos reales, describen un muy buen acuerdo. Una comparación del estimador de error propuesto indica que el AO presenta una distribución más suave del error en campos de datos distribuidos en forma no uniforme, ajustándose al aumento de información a rellenar. Por último, se indica que la técnica de AO es un método satisfactorio para analizar y extrapolar objetivamente datos oceanográficos medidos en regiones costeras.

Si bien es posible trazar una relación directa entre el error relativo en la reconstrucción y la falta de información, el análisis presentado en este trabajo solo contempla las variaciones espaciales de los dos grupos de datos presentados. Es necesario realizar estudios como el presentado aquí tomando en cuenta la variabilidad espaciotemporal de los campos a fin de poder determinar, por ejemplo, condiciones óptimas de reconstrucción, posicionamiento de estaciones de medición y desarrollo de metodologías de investigación.

5. Referencias

- [1] Bretherton, F.P. and J.C. Williams, 1980. Estimations from Irregular Arrays. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 18(4): 789-812.
- [2] Bretherton, F. P., R.E. Davis, and C.B. Fandry, 1976. A technique for objective analysis and design of oceanographic experiments applied to MODE-73. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts* 23(7): 559-582.
- [3] Campos, E.J.D., Lentini, C.A.D., Miller, J.L., and Piola, A.R.. Interannual variability of the sea surface temperature in the South Brazil Bight. *Geoph. Res. Letters*, 26:2061-2064.
- [4] Cressman, G.P., 1959. An operational objective analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, 87:367-374.
- [5] Emery, W.J. and Thomson, R.E., 1998. *Data Analysis Methods in Physical Oceanography*. Pergamon, Oxford, UK, 624 pp.
- [6] Freeland, H.J. and W.J. Gould, 1976. Objective analysis of meso- scale ocean circulation features. *Deep-sea Res.* 23(10): 915-923.
- [7] Gandin, L. S., 1963. *Objective analysis of meteorological fields*. *Gidrometeor. Isdat.*, Leningrad. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965, 242 pp.
- [8] Holbrook, N. J. and N.L. Bindoff, 2000. A statistically efficient mapping technique for four-dimensional ocean temperature data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technologies*, 17:831-846.
- [9] Le Traon P.Y., G. Dibarbouré, and N. Ducet, 1999. How many altimeters are needed to map the ocean mesoscale circulation? In: Smith NR, Koblinsky C (Eds.) TOPEX/Poseidon Scientific Working Team Meeting Abstracts, San Raphael, France, October 25-27.
- [10] Mariano, A.J. and O.B. Brown, 1992. Efficient objective analysis of dynamically heterogeneous and nonstationary fields via the parameter matrix. *Deep-Sea Res.*, 39(7/8): 1255-1271.
- [11] McIntosh, P.C., 1990. Oceanographic data interpolation: objective analysis and splines. *Journal of Geophysical Research*, 95:13259-13541.
- [12] Minkoff, D.R., G.M.E. Perillo, D.E. Perez, S.D. Maraschín & M.G. Sassi, 2007 POTOS: a portable topographic system for measuring inaccessible muddy creek areas *Wetlands Ecology and Management*, 15(2):135-140.
- [13] Podesta, G. P., O. B. Brown, and R. H. Evans, 1991. The Annual Cycle of Satellite-derived Sea Surface Temperature in the Southwestern Atlantic. *Ocean, J. Clim.*, 4:457-486.
- [14] Roemmich, D., 1983. Optimal estimation of hydrographic station data and derived fields. *Journal of Physical Oceanography*, 13:1544-1549.
- [15] Walker, A.E. and J.L. Wilkin, 1998. Optimal averaging of NOAA/NASA Pathfinder satellite sea surface temperature data. *Journal of Geophysical Research*, 103:12869-12883.
- [16] Wilkin, J. L., M.M. Bowen and W.J. Emery, 2002. Mapping mesoscale currents by optimal interpolation of satellite radiometer and altimeter data. *Ocean Dynamics*, 52:95-103.