

Métodos de Scattering Inverso Electromagnético para Pruebas y Evaluaciones No Destructivas

J. Barzola¹, P. Vargas,¹ M. Pastorino²

¹Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación (FIEC), Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 vía Perimetral, Apartado 09-01-5863. Guayaquil, Ecuador

²Universidad de Génova (UNIGE), Departamento de Ingeniería en Biofísica y Electrónica (DIBE), Vía Opera Pia 1 IA Apartado 16145, Génova, Italia.

jbarzola@fiec.espol.edu.ec, pvargas@espol.edu.ec, pastorino@dibe.unige.it

Resumen

Cuando obtenemos valores los de parámetros de un modelo a través de la manipulación de datos observados, es llamado Problema Inverso. Los Problemas Inversos están presentes en geofísica, imágenes médicas (tal como la tomografía computarizada axial), tomografía acústica oceánica, evaluaciones no destructivas, y astronomía.

Este artículo trata con la reconstrucción de imágenes a partir de la medición del campo dispersado por objetos, usando dos algoritmos en el rango corto de microondas para la aplicación de imágenes. La primera propuesta involucra la aplicación del método Inexact-Newton con la Aproximación de Born de segundo orden. Por otra parte, la segunda propuesta involucra el método Inexact-Newton aplicado en forma directa para evaluar la ecuación integral bidimensional de Lippmann-Schwinger que describe el problema de dispersión inversa. Ambos algoritmos emplean el método de los momentos en el dominio espacial y el procedimiento multi-iluminación a multivista. La formulación matemática de ambas propuestas son descritas. Este artículo muestra comparaciones entre ambos métodos a través de reconstrucciones de débiles y fuertes dispersadores tales como la madera y el concreto de cemento Portland. Finalmente, resultados numéricos son reportados mostrando las reconstrucciones de cilindros con diferentes formas ya sea en ambientes con o sin ruido.

Palabras claves: *problemas inversos, mal puesto, imágenes a microondas, dispersión inversa electromagnética.*

Abstract

When we obtain the values of some model parameters through manipulation of observed data is called Inverse problem. Inverse problems are presents in geophysics, medical imaging (such as computed axial tomography), ocean acoustic tomography, nondestructive testing, and astronomy.

This paper deals with image reconstruction from measured scattered-field data for targets using two algorithms in short-range microwave imaging applications. The first approach concerns the application of an Inexact-Newton method within the second-order Born Approximation. On the other hand, the second approach the Inexact-Newton method applied in direct form to evaluate the two-dimensional Lippmann-Schwinger integral equation for the inverse-scattering problem. Both algorithms employed the moment method in the spatial domain and multi-illumination multiview processing. The mathematical formulation of both approach are described. This paper shows comparisons among both methods through reconstructions of weak and strong scatterers such as the wood and Portland cement concrete. Finally, numerical results are reported showing the reconstructions of cylinders with different shapes in noiseless and noisy environments.

Keywords: *inverse problems, ill-posed, microwave imaging, electromagnetic scattering inverse.*

Recibido: Junio, 2007

Aceptado: Agosto, 2007

1. Introducción

Actualmente existe un creciente interés dirigido hacia las técnicas de la diagnóstica electromagnética no invasiva, con aplicaciones en lo industrial, ingeniería civil, y diagnóstica médica [3] [2] [10].

En lo industrial, la diagnóstica a microondas consiste en efectuar pruebas no destructivas para el control de productos y estructuras; en la ingeniería civil, ésta es utilizada para obtener información sobre la integridad de estructuras de cemento y madera no de otras maneras disponibles. En lo médico [5], instrumentos basados en inverse scattering a microondas nos brindan técnicas de diagnóstica no invasivas como una alternativa a aquellas de los rayos X, potencialmente dañinos en dosis elevadas para el paciente y para los operadores.

Los problemas inversos, aquellos que a partir de un ‘efecto’ se quiere llegar a la ‘causa’ que lo ha producido, presentan una característica intrínseca que se denomina mal puesto (ill-posed) que es independiente de los métodos de solución.

Para introducir el concepto de problema mal puesto, damos la siguiente definición [6].

Definición 1. Sea $A: U \subset X \rightarrow V \subset Y$ un operador del subconjunto U de un espacio normado X en un subconjunto V de un espacio normado Y . La ecuación

$$A\varphi = f$$

Con incógnita φ , se dice bien puesta si A es biyectivo y el operador inverso $A^{-1}: V \subset Y \rightarrow U \subset X$ es continuo; en caso contrario la ecuación se dice mal puesta.

Basándonos en esta definición, un problema puede ser mal puesto por tres diferentes motivos.

- A no es sobreyectivo: la solución entonces puede no existir, puesto que $\exists f \in V: \neg \exists \varphi: A\varphi = f$ (no existencia).
- A no es inyectivo: pueden existir más soluciones (no unicidad).
- A^{-1} no es continuo: la solución φ no depende en modo continuo de los datos f (inestabilidad).

En las aplicaciones reales es frecuente la última condición, la misma que crea grandes dificultades. Por el hecho de que el operador inverso A^{-1} sea no continuo, significa, que ‘pequeñas’ variaciones de los datos f pueden repercutir en ‘grandes’ variaciones de la solución φ . Por esto se están desarrollando *métodos de regularización* para construir aproximaciones bien puestas a partir de aquellas que son mal puestas.

Estos dos algoritmos utilizados tienen como objetivo principal hallar la solución de las ecuaciones integrales bidimensional de Lippmann-Schwinger que describen el problema de dispersión inversa de un objeto que ocupa una región Ω .

$$\vec{E}^{(ext)}(\vec{r}) = -k_0^2 \int_{\Omega} \chi(\vec{r}') \vec{E}^{(int)}(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{r}|\vec{r}') d\vec{r}' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \notin \Omega \quad (1.a)$$

$$\vec{E}^{(int)}(\vec{r}) = -k_0^2 \int_{\Omega} \chi(\vec{r}') \vec{E}^{(int)}(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{r}|\vec{r}') d\vec{r}' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Omega \quad (1.b)$$

Donde $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ es el número de ondas en el vacío, $\vec{E}^{inc}(\vec{r})$ es el campo eléctrico incidente irradiado desde la fuente y $\vec{E}^{(ext)}(\vec{r})$ y $\vec{E}^{(int)}(\vec{r})$ denotan, respectivamente, el campo eléctrico externo e interno de la región Ω ; \vec{G} es el tensor de Green para el espacio libre.

Es importante observar que para resolver el problema es necesario determinar no solamente la función contraste $\chi(\vec{r}) = (\hat{\epsilon}(\vec{r})/\epsilon_0) - 1$, sino que también el campo eléctrico $\vec{E}^{(int)}(\vec{r})$ interno a Ω . Para obviar este problema es posible adoptar la aproximación de Born [9], que expresa el campo eléctrico bajo el signo de la integral en términos de la función contraste y del campo eléctrico incidente.

Sin embargo, resolver el problema resulta después complicado porque es *no lineal*, pues aparece un producto de la única incógnita, y es mal puesto. Esta última característica nos impone la adopción de estrategias de regularización con el fin de obtener soluciones estables en presencia de datos con ruido. Para este fin utilizaremos el algoritmo determinístico formulado en el dominio espacial Inexact-Newton, el mismo será aplicado tanto en el método con aproximación de Born como en el método exacto o directo.

Ambos métodos han sido validados mediante la ejecución de numerosas simulaciones numéricas, cuyos resultados son mostrados en este trabajo. El mismo requiere también el uso de los códigos de cálculos referentes a la simulación del problema ‘directo’, que consiste en la generación de los datos sintéticos, siendo éstos usados como ‘entrada’ en los programas de cálculo utilizados para la solución del problema ‘inverso’ que, a su vez, a través de un procedimiento iterativo, reconstruye las características geométricas y dieléctricas del objeto incógnito.

Este trabajo fue desarrollado en el laboratorio de Electromagnetismo Aplicado del Departamento de Ingeniería en Biofísica y Electrónica (DIBE) de la Universidad de Génova, Italia.

2. El problema del Scattering Electromagnético Inverso

Consiste en determinar las características electromagnéticas de un obstáculo u objeto basándose en el conocimiento del campo electromagnético externo al

mismo, que una fuente $\vec{J}^{inc}(\vec{r})$ conocida produce al iluminar al obstáculo. Ver Figura 1.

Las (1) son las ecuaciones que describe este problema para objetos *no magnéticos*, la misma que fue deducida en [1].

Observamos entonces que son dos las incógnitas en ambas ecuaciones, el campo eléctrico al interior del objeto y la función contraste. Además, las mismas resultan ser *no lineales*, puesto que aparece el producto de las dos incógnitas. Aunque podría aparecer una *tercera* incógnita que es la región ocupada por el objeto que es el dominio de integración. Sin embargo, para nuestro caso asumiremos objetos cilíndricos de dimensiones conocidas.

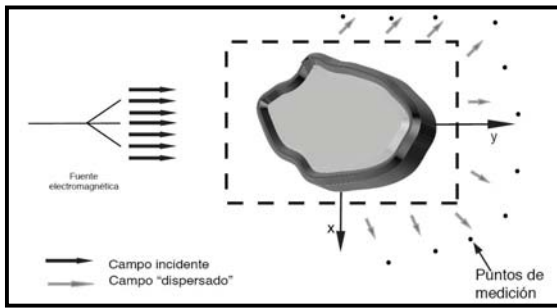


Figura 1. Esquema del problema de "scattering" electromanético inverso

3. Aproximación de Born

La aproximación de Born permite expresar el campo eléctrico que aparece bajo el signo de la integral de las ecuaciones (1) en términos de la función contraste, o sea, en términos formales:

$$\vec{E}^{(int)}(\vec{r}) \approx \mathcal{B}(\chi)(\vec{r}) \quad (2)$$

Donde \mathcal{B} es el operador que expresa la aproximación de Born. Entonces las ecuaciones (1) tendrían como única incógnita la función contraste. Existen aproximaciones de Born de diferentes órdenes; por este motivo se le pone al operador \mathcal{B} un superíndice el cual especifica el orden.

La aproximación de Born de *primer orden* consiste en expresar el campo eléctrico interno que aparece bajo el signo integral en las (1) de la siguiente forma:

$$\vec{E}^{(int)}(\vec{r}) \approx \mathcal{B}(\chi)(\vec{r}) = \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad (3)$$

Así que, las ecuaciones (1) se convierten

$$\vec{E}^{(ext)}(\vec{r}) = -k_0^2 \int_{\Omega} \chi(\vec{r}') \vec{E}^{(inc)}(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{r}|\vec{r}') d\vec{r}' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \notin \Omega \quad (4.a)$$

$$\vec{E}^{(int)}(\vec{r}) = -k_0^2 \int_{\Omega} \chi(\vec{r}') \vec{E}^{(inc)}(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{r}|\vec{r}') d\vec{r}' + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Omega \quad (4.b)$$

Desde el punto de vista físico, la aproximación de Born de primer orden permite hacer despreciable la 'dispersión múltiple' al interior del objeto. Es intuitivo observar que esta aproximación es válida sólo para

débiles dispersadores los cuales su permitividad dieléctrica no se aleja mucho de aquella del vacío y sus dimensiones no son grandes respecto a la longitud de onda del campo incidente.

Podemos introducir el operador

$$\vec{B}^{(1)}(\chi) = -k_0^2 \int_{\Omega} \chi(\vec{r}') \vec{E}^{inc}(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{r}|\vec{r}') d\vec{r}'$$

Reemplazando en las ecuaciones (4)

$$\vec{E}^{(ext)}(\vec{r}) = \vec{B}^{(1)}(\chi) + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \notin \Omega \quad (5.a)$$

$$\vec{E}^{(int)}(\vec{r}) = \vec{B}^{(1)}(\chi) + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Omega \quad (5.b)$$

Realizando de manera análoga podemos obtener las ecuaciones para el segundo grado [1]

$$\vec{B}^{(2)}(\chi) = \vec{B}^{(1)}(\chi + \vec{B}^{(1)}(\chi)) \quad (6)$$

$$\vec{E}^{(ext)}(\vec{r}) = \vec{B}^{(2)}(\chi) + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \notin \Omega \quad (7.a)$$

$$\vec{E}^{(int)}(\vec{r}) = \vec{B}^{(2)}(\chi) + \vec{E}^{inc}(\vec{r}) \quad \vec{r} \in \Omega \quad (7.b)$$

Es importante notar que adoptando el segundo grado de la aproximación numérica de Born, el problema todavía se vuelve *no lineal* por el producto de la única incógnita.

4. Método Inexact-Newton

4.1 Método Newton-Raphson

El objetivo principal, es encontrar las soluciones de la ecuación no lineal:

$$A(\varphi) = 0 \quad (9)$$

La siguiente figura resume este método numérico que ha sido desarrollado en [11] [7].

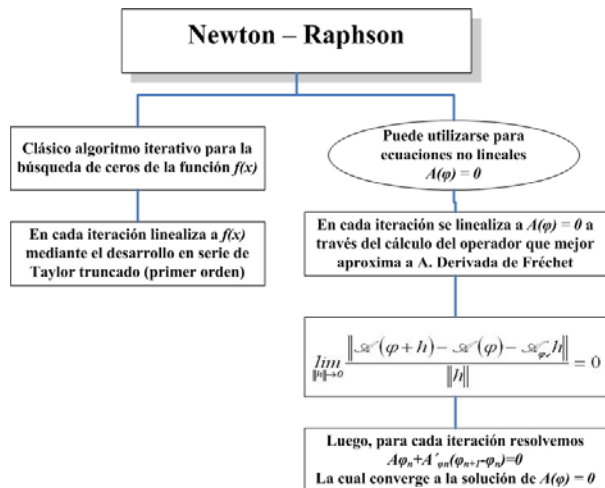


Figura 2. Método Newton- Raphson y su alternativa para ser utilizado en ecuaciones no lineales

4.2 Método del tipo 'Inexact-Newton'

Como ya expuesto anteriormente, la linealización de una ecuación mal puesta es aún mal puesta. Por lo cual, no es posible resolver un problema mal puesto con el

método numérico de Newton-Raphson el cual *no* es un método de regularización.

Sin embargo, podemos obviar este problema empleando un método denominado Inexact-Newton, el cual es en grado de encontrar soluciones *regularizadas*. El Inexact-Newton difiere del Newton-Raphson porque en cada iteración la ecuación linealizada *no* es resuelta de manera exacta, como lo sugiere el termino 'Inexact', por lo cual es solo *aproximada*.

Para resolver la ecuación que ya ha sido linearizada en modo 'inexacto' es posible emplear diferentes *algoritmos de regularización*, entre los cuales los más conocidos son el Tikhonov y los métodos basados en la descomposición en valores singulares (SVD).

No obstante, en este artículo utilizaremos un método que fue desarrollado en 1951[8] para encontrar soluciones de ecuaciones con integrales llamado *Landweber para operadores no lineales*, en el cual

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n - A'_{\varphi_n} \varphi_n \quad (10)$$

Para esta finalidad, se hará uso de una *generalización* del método de *Landweber* que permite resolver la ecuación linealizada $A\varphi_n + A'_{\varphi_n}(\varphi_{n+1} - \varphi_n) = 0$ utilizando *Landweber para operadores lineales* con un número *finito* de pasos.

Landweber es un método iterativo que converge, cuando el número de iteraciones tiende al infinito, a la solución exacta de una ecuación lineal. Si el número de iteración es *finito*, el método encuentra una solución aproximada y *regularizada* de la ecuación.

El método de Landweber es particularmente apropiado para sistemas lineales con un elevado número de ecuaciones y nos brinda también óptimos resultados en términos de filtraje del ruido.

La ventaja de Landweber para operadores no lineales consiste en que converge más rápidamente. Esta propiedad es importante en la práctica, pues frecuentemente el cálculo de la derivada de Fréchet (iteración externa) de un operador es una operación tediosa, sin embargo método de Landweber (iteración interna) puede ser aplicado en modo eficiente.

El número de iteraciones internas depende del nivel del ruido y del grado de no linealidad del operador A .

Está desarrollado de forma detallada en [1][4].

El algoritmo de tipo Inexact-Newton para la solución de la ecuación no lineal (9) se puede resumir en la siguiente secuencia de pasos

1. $n \leftarrow 0$;
2. Se escoge un valor inicial φ_n ;
3. Se calcula la derivada de Fréchet A'_{φ_n} del operador A en φ_n ;
4. Se aproxima la solución de la ecuación lineal $A\varphi_n + A'_{\varphi_n}(h) = 0$, por medio de un número finito de pasos del método de Landweber en la incógnita h ;
5. $\varphi_{n+1} \leftarrow \varphi_n + h$;

6. $n \leftarrow n + 1$;

7. Si la *condición de parada* es verdadera se termina el algoritmo, de otro modo se retorna al paso 3.

5. Algoritmos propuestos para resolver las ecuaciones integrales bidimensional de Lippmann-Schwinger

A continuación se presentaran de manera resumida los dos algoritmos utilizados, éstos están desarrollados detalladamente en [1]

5.1 Inexact-Newton con la aproximación de Born de segundo grado

En esta primera propuesta planteamos una combinación de los dos métodos numéricos planteados anterior-mente, aprovechando las ventajas de cada uno como lo muestra la siguiente figura y es detallado en [1]:

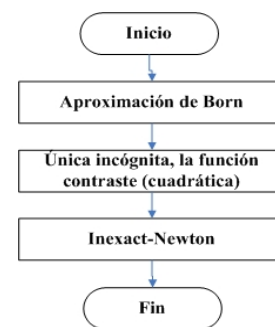


Figura 3. Esquema del algoritmo Inexact-Newton con la aproximación de Born

5.2 Inexact-Newton directo

En esta segunda propuesta hemos utilizado el método Inexact-Newton de manera directa en las ecuaciones (1), sin aplicar la aproximación de Born. Ésta es resumida en la siguiente figura:

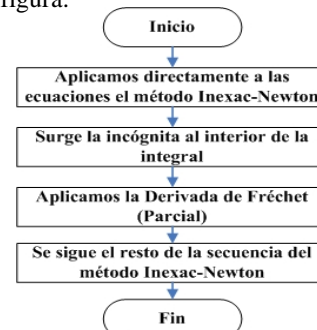


Figura 4. Esquema del algoritmo Inexact-Newton directo

7. Resultados Numéricos

Para obtener los resultados presentados en este apartado, las fuentes deberán ser *idénticas* entre ellas. Las antenas transmisoras están sobre una circunferencia de radio R_s a una distancia angular de θ_s la una de la otra; se seleccionará un sistema referencial *polar* con origen en el centro de la circunferencia, como se muestra en la figura 5,

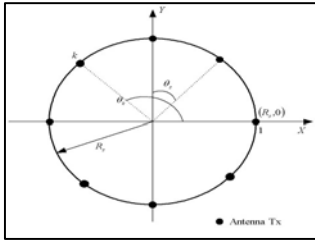


Figura 5. Disposición de las fuentes para $S = 8$

También, M puntos de medición se distribuirán de manera simétrica alrededor del obstáculo u objeto. Escogeremos como dominio de integración no la región ocupada por el objeto, que es *incógnita*, sino una región de forma *conocida* que contenga al objeto. En todas las simulaciones efectuadas se ha empleado un *dominio de indagación* de forma *rectangular*, como se ilustra en la figura 6.

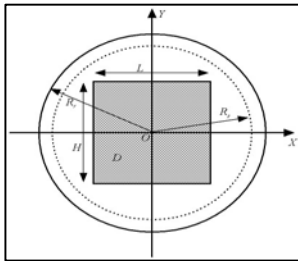


Figura 6. Dominio de indagación

El dominio ha sido particionado en $N=N_L N_H$ subdominios rectangulares, siendo N_L y N_H , respectivamente, el número de subdivisiones a lo largo de los lados para-lelos al eje x y al eje y . También vamos a considerar:

$$e_2 = \frac{\sum_{i=1}^N [\varepsilon_{ric}(r_t^i) - \varepsilon(r_t^i)]^2}{\sum_{i=1}^N \varepsilon^2(r_t^i)} \quad (11)$$

El cual representa el *error normalizado de reconstrucción*, que será usado en las reconstrucciones. Cabe resaltar que en todos los casos, la reconstrucción viene hecha escogiendo como solución inicial el *vacío*; en otras palabras se ha puesto $\chi_0 = 0$.

Una ventaja de los algoritmos a utilizar consiste en la capacidad de determinar una buena solución aún si χ_0

está 'lejos' de la solución exacta. Otros métodos de inversión necesitan de un punto de partida 'cercano' a tal solución.

7.1 Reconstrucciones aplicando el algoritmo Inexact-Newton con la aproximación de Born de segundo grado.

Se han efectuado 20 iteraciones externas y 5 iteraciones internas utilizando datos con una relación señal-ruido (SNR) de 25 dB. Además, la siguiente tabla resume los parámetros que fueron utilizados dentro del programa de cómputo:

Tabla 1: Parámetros utilizados

Parámetro	Valor
$f = \frac{\omega}{2\pi}$	600 MHz
I	1.25 mA
R_S	1.67 m
R_T	1.67 m
S	8
θ_S	45°
N_L	27
N_H	27
H	0.4 m
L	0.4 m
M	56
$\Delta\theta_T$	300°
θ_T	5.4545°

Se ha reconstruido un *cilindro de madera* de radio 0.1 m, y con una permitividad dieléctrica relativa de 2.2.

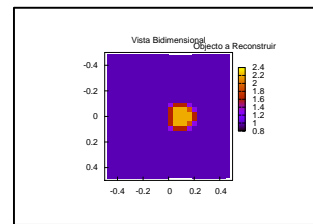


Figura 7. Simulación bidimensional del objeto reconstruir

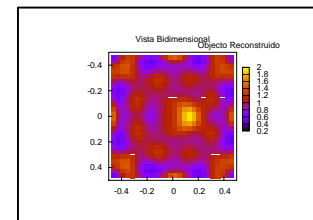


Figura 8. Simulación bidimensional del objeto reconstruido

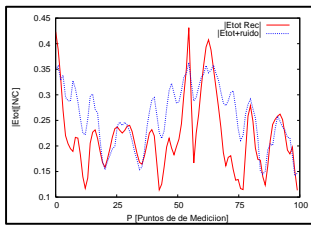


Figura 9. Reconstrucción del módulo del campo eléctrico total

Ahora se utilizará este algoritmo para reconstrucción de un *cilindro de cemento* de radio 0.06 m, y con una permitividad dieléctrica relativa de 2.48:

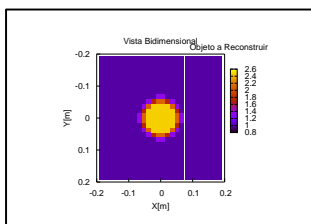


Figura 10. Simulación bidimensional del objeto a reconstruir

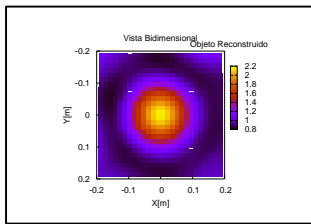


Figura 11. Simulación bidimensional del objeto reconstruido

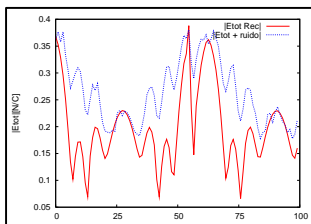


Figura 12. Reconstrucción del módulo del campo eléctrico total

Hemos realizado dos reconstrucciones de objetos de diferentes materiales; basta solo evidenciar las áreas entre el campo eléctrico total real y el reconstruido en las figuras 9 y 13 e inferir que existe una menor área en la reconstrucción del objeto de la madera y por ende concluir que este algoritmo presenta una mejor reconstrucción con materiales que son débiles dispersadores. Puesto que este algoritmo combina la aproximación de Born, queda así demostrado lo citado

en la sección del método con la aproximación de Born de este artículo.

7.2 Reconstrucciones aplicando el método Inexact-Newton en forma directa.

Se siguen utilizando los mismos parámetros de la tabla 1, pero con una señal ruido de 20 dB. Además, se aplicará en las reconstrucciones una técnica que utilizará frecuencias comprendidas entre 0.9GHz y 1.5 GHz con intervalos de 100 MHz denominada *frequency hopping*.

A continuación, demostraremos por qué no presenta buenas reconstrucciones este algoritmo con los débiles dispersadores como lo citamos en [1].

Se ha reconstruido un *cilindro de madera* de radio 0.06 m, y con una permitividad dieléctrica relativa de 2.2:

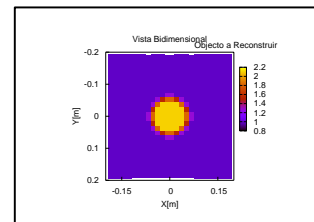


Figura 13. Simulación bidimensional del objeto a reconstruir

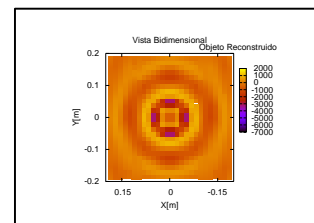


Figura 14. Simulación bidimensional del objeto reconstruido

Ahora, demostraremos las ventajas de este algoritmo en la reconstrucción de materiales que presentan una mayor dispersión como el cemento. Es más, se realizará una reconstrucción de un *cilindro de cemento* con un defecto interno, del campo eléctrico total original y reconstruido, además del error normalizado de reconstrucción generados por la técnica *frequency hopping*.

La permitividad dieléctrica es 2.6 para el prisma rectangular y 1.0 para la circunferencia interior (forma del defecto).

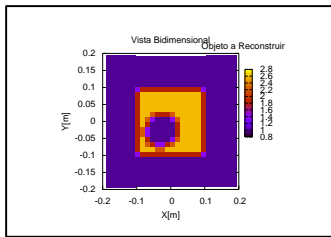


Figura 15. Simulación bidimensional del objeto con defecto a reconstruir

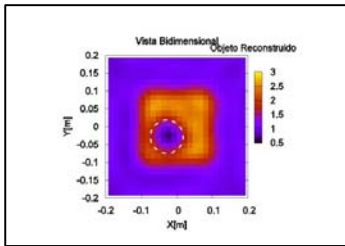


Figura 16. Simulación bidimensional del objeto con defecto reconstruido con $SNR = 20dB$

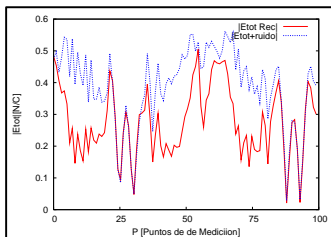


Figura 17. Reconstrucción del módulo del campo eléctrico total

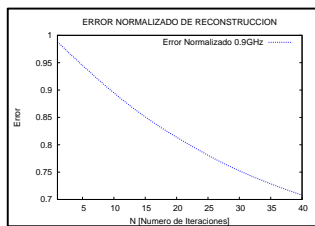


Figura 18. Error normalizado de reconstrucción al variar el número de iteraciones con $f_H = 0.9GHz_z$

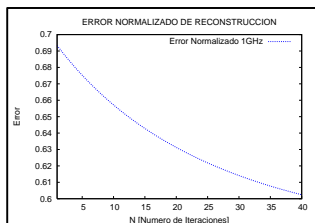


Figura 19. Error normalizado de reconstrucción al variar el número de iteraciones con $f_H = 1GHz_z$

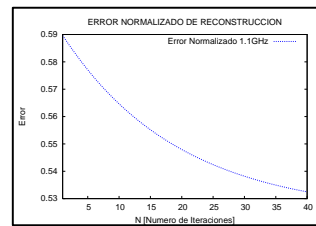


Figura 20. Error normalizado de reconstrucción al variar el número de iteraciones con $f_H = 1.1GHz_z$

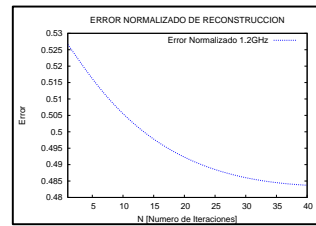


Figura 21. Error normalizado de reconstrucción al variar el número de iteraciones con $f_H = 1.2GHz_z$

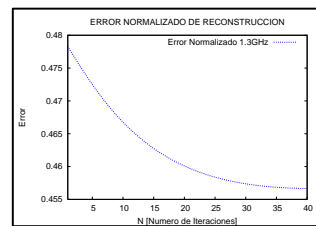


Figura 22. Error normalizado de reconstrucción al variar el número de iteraciones con $f_H = 1.3GHz_z$

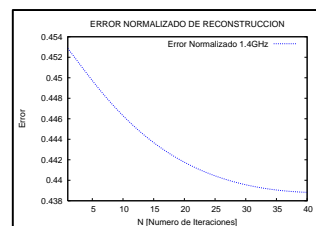


Figura 23. Error normalizado de reconstrucción al variar el número de iteraciones con $f_H = 1.4GHz_z$

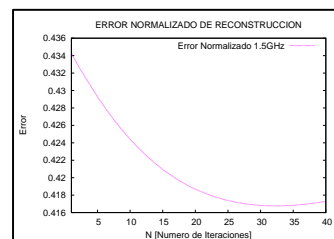


Figura 24. Error normalizado de reconstrucción al variar el número de iteraciones con $f_H = 1.5GHz_z$

Podemos observar que la reconstrucción es muy buena y como lo expuesto en [1] la principal ventaja de este algoritmo es la de reconstruir con precisión detalles de pequeñas dimensiones (el radio del cilindro utilizado como defecto es menor a $\lambda/2$). Siendo ésta una limitante en otras técnicas que trabajan en el dominio de la frecuencia.

Además, notamos la eficiencia de la técnica *frequency hopping*; a cada intervalo de frecuencia se obtienen valores que serán utilizados como datos de entrada en la siguiente iteración con la nueva frecuencia y por ende el error progresivamente va disminuyendo en cada intervalo hasta llegar a 1.5 GHz. Esto se debe a la característica de semiconvergencia del operador Landweber en el método Inexact – Newton [1].

8. Conclusiones

Se han aplicado dos algoritmos para solucionar el problema del *inverse scattering*, ambos utilizan un algoritmo de tipo Inexact-Newton.

Los resultados numéricos han sido muy buenos puesto que estamos utilizando algoritmos en el dominio del espacio a diferencia del método de la Difracción de Fourier que no presenta buenas resoluciones de detalles en dimensiones menores a $\lambda/2$ [1].

Se ha logrado una mayor velocidad de convergencia, aplicando un enfoque multivista en ambos casos. Y se han efectuado reconstrucciones a partir de datos sintéticos para validar ambos algoritmos y para medir las prestaciones de los mismos. Si se desea realizar reconstrucciones de débiles dispersores es eminente utilizar la primera propuesta, mientras que para fuertes dispersores sería la segunda propuesta algorítmica.

Este trabajo, sin embargo, tiene puntos que actualmente la comunidad científica está profundizando y desarrollando; uno de ellos es determinar una *stopping rule* eficaz para optimizar los tiempos de repuesta en los chequeos a nivel industrial y médico con la finalidad de ya no utilizar rayos X sino las microondas, siendo estas últimas menos nocivas. Por otra parte, se están desarrollando técnicas para la reconstrucción tridimensional.

9. Agradecimientos

A los Ing. Dr. Giovanni Bozza y Andrea Randazzo que han sido un punto de apoyo importante para el desarrollo de este trabajo, demostrando siempre su disponibilidad y gentileza.

10. Referencias

- [1] J. Barzola, Tesis de grado: Métodos de Scattering Inverso Electromagnético para pruebas y evaluaciones no destructivas. FIEC-ESPOL, 2007
- [2] J. C. Bolomey, "Recent European Development in Active Microwave Imaging for Industrial, Scientific and Medical Application," IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-37, p. 2109, 1989.
- [3] S. Caorsi, A. Massa, M. Pastorino, "A Computational Technique Based on a Real-coded Genetic Algorithm for Microwave Imaging Purposes," IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 38, N. 4, pp. 1697-1708, July 2000.
- [4] C. Estatico, Generalized Landweber Methods for Nonlinear Inverse Problems, Applied Computational Inverse Problems, Firenze, 22-25 Mar. 2004.
- [5] G. C. Giakos, M. Pastorino, F. Russo, S. Chowdhury, N. Shah, W. Davros, Noninvasive imaging for the new century, IEEE Instrum. Meas. Mag., vol. 2, pp. 32-35, June 1999.
- [6] J. Hadamard, Lectures on the Cauchy Problem in Linear Partial Differential Equations, Yale University Press, New York, 1923.
- [7] R. H. W. Hoppe, Numerical Methods for Large-Scale Nonlinear Systems, disponibles en la dirección http://www.math.uh.edu/~rohop/fall_04/downloads/scrip.pdf.
- [8] L. Landweber, An Iteration Formula for Fredholm Integral Equations of the First Kind, American Journal of Mathematics, vol. 73, 1951.
- [9] P. M. Morse, H. Feshbach, Methods of Theoretical Physics. McGraw-Hill, New York, 1953.
- [10] M. Pastorino, Short-range microwave inverse scattering techniques for image reconstruction and applications, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 47, n. 6, pp. 1419-1427, Dec. 1998.
- [11] M. Romeo, Dispense di Matematica per l'Ingegneria 1, disponibili all'indirizzo <http://www.elettronica.ingegneria.unige.it/CdS/Home/Corsi/24011/Dispense/Dispense>